MÜZİKTE YENİ DOĞUŞKAN ARAYIŞI KONUSUNDA EL-JURJANİ'NİN 1,000 YILLIK İŞARET İŞLEME PROBLEMİNİN NİHAYİ ÇÖZÜMÜ

SOLUTION TO AL-JURJANI'S 1,000 YEAR OLD SIGNAL PROCESSING PROBLEM ON THE GENERATION OF HARMONICS IN MUSIC

Süleyman Gökhun Tanyer

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
Mühendislik Fakültesi, Başkent Üniversitesi, Ankara
{gokhun.tanyer@gmail.com, gokhuntanyer@baskent.edu.tr}

ÖZETÇE

Klasik Batı müziğinin kuramsal altyapısını sağlayan eşitlenmiş 12 aralıklı (E-12A) ses düzeninin dışındaki farklı düzenlere olan ilgi günümüzde tekrar artmaktadır. Farklı ses düzenlerinin yaygın olduğu günümüzde, mühendislik alanında yer alan; ses işleme, sentezleme, tanıma, sınıflandırma ve web ortamında arşiv paylaşımı gibi bir çok yeni uygulamada kuramsal müzik özniteliklerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bahse konu uygulamalarda, kuramsal incelemelerin yapılmakta olduğu görülmektedir. Batı ile Doğu; Türk-Arap-Çin-Hint; 'blues'-Jazz-Klasik müziklerin karşılaştırılabileceği özelliklerden olan ses düzenleri, mod ve makamlar en temel tanıma değişkenleri olarak görülebilmektedir. Günümüzde N-ile-sınırlı tonlama elması (matrisi) olarak bilinen ve beşinciler (beşli) olarak adlandırılan $(3/2)^n$ *doğuşkanlarından bağımsız ses düzeni oluşturma problemi, ilk defa yaklaşık 1,000 yıl önce İbni-Sina'nın hocası El-Jurjani tarafından N=3 ve 5 boyutları için çözüldüğü kabul edilmektedir. 19 ve 20. yüzyıllarda Meyer ve Forester tarafından N = 9 ve 13 için çözülmüştür, ancak N = 7 ve 11 çözümünün eksikliği gibi N = 15 başta olmak üzere yanlış hesaplanmış elmaslar bilimsel incelemelerde sıkıntı yaratmaktadır. Büyüyen matris boyutlarında yeni ses düzenlerinin tanımlanması problemi, bir işaret işleme problemi olarak ele alınarak N = 1 seviyesinden sonsuza ıraksayan seri şeklinde çözümlenmiştir. Nadir bulunan aralıklara sahip bu ses düzenlerinin, müzik sınıflandırma, tanıma gibi uygulamalarda belirleyici özellik olarak kullanılması önerilmektedir.*

ABSTRACT

Interval (tuning) systems in music reflect history, culture and geography. The classical music of the west is based on the twelve-tone equal temperament (12-TET) interval (tuning) system which became dominant throughout the world. Today, other interval systems are being re-discovered by the west with the advances in information technologies. Many multi-media applications use digital signal processing to; process, synthesize, recognize, classify and share music. The important classification features such as; interval system, mode and maqams provide solutions for the discrepancy of music; east-west; Turkish-Arab-Chinese-Indian; blues-jazz-clasical. In this paper, the theoretical problem of constructing an interval system independent from the harmonics 'the fifths', today known as the N-limit tonality diamond (matrix), is examined. It was first proposed by Ibni Sina's teacher Al-Jurjani approximately 1,000 years ago and solved for N = 5. In the 19th and 20th centuries, the problem was solved for N = 9 and 13. The missing solutions for N = 3 and 7 and misleading N = 15 solutions make the analysis of such music even harder. In this paper, N-limit tonality diamond problem is solved for increasing N as an application in digital signal processing. These rare and distict intervals are proposed as features for easier identification and classifications.

978-1-4799-4874-1/14/$31.00 ©2014 IEEE

1. GİRİŞ

Müzik tarihinde önemli yeri olan ses düzenleri oldukça çeşitlidir. Bir çok kişi tarafından kuramsal açıdan bilinmese de bir Moğol telli çalgısı ile bir Hint çalgısından elde edilen duygu farklılıkları kolaylıkla farkedilebilmektedir. Bu gözlemin temelinde çalgıların ürettikleri frekanslar (perdeler) arasında sihirli oranlar yatmaktadır. İnsan kulağına ulaşan sesin aynı frekanslı bir tekrarı dinlendiğinde oldukça tanıdık gelmektedir. *Eş-sesli* olarak adlandırılan bu iki sesin frekansları arasındaki oran (1/1)'dir. Müzik korolarında aynı melodiyi söyleyen erkek ve kadın şarkıcıların ses frekansları çok farklı olsa da 'aynı ton' olarak algılanır. Eşit tonlu seslerin frekansları arasındaki oran bu sefer (2/1)'dir, bu *oktav* aralığıdır. Kulağımızın duymaya alışık olduğu ve bir çok müzik düzeninin temelinde yer alan diğer bir oran ise 3'ün dahil olduğu (3/2), (2/3) gibi oranlardır. (3/2) oranının doğal yedi aralıklı (*Doğal-7A*) ses düzeninde beşinci sırada yer alması sebebiyle *beşli* (*beşinci* olarak düzeltiyorum) olarak adlandırılmaktadır (Bknz. Madde 4. Ekler: Şekil 8). (2/3) oranı dördüncü sıradaki *dörtlü* (*dördüncü*) olmasına rağmen, oktav değeri olan (2/1)'in pes yöndeki ilk (alt) beşincisidir. Temelde çoğu doğal aralıklı ses düzenleri 1, 2 ve 3 rakamlarından türetilen seslere (perdelere) sahiptir. *Eş-ses* (1/1)'in piyanodaki orta Do (C4) olduğu (261.6 *Hz*) bir dizeyde, birinci üst beşinci (3/2) Sol'a ($f_{Sol} = (3/2)\ f_{Do} = 392\ Hz$) karşılık gelmektedir. Eş-sesin Re (D3: 146.8 *Hz*) olması durumunda, beşinci sırada La (A3: 220 *Hz*) yer almaktadır.

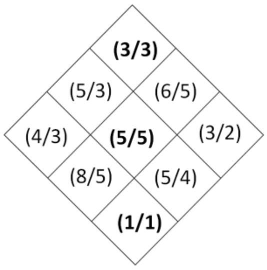
Perde frekanslarına değil frekansların aralarındaki oranlara duyarlı olan kulağımız için, oranlar korunduğu ve farklı şekilde akort edilmiş çalgılar yakın bir zamanda bir araya getirilmediği takdirde, önemli bir fark yaratmamaktadır. Kulağın fizyolojisi bir çok yayında incelenmiştir [1], [2]. Zira, perdelere karşılık gelen frekansların standart hale getirilmesi için yoğun uğraş verilmiş ve günümüzde oldukça azalmış olmasına rağmen farklılıklar devam etmektedir.

Temel 1, 2, 3 rakamları kullanılarak bir oktav aralığını alt aralıklara bölerek türetilen; 5, 7 ve 12 doğal aralıklı ses düzenleri gibi, günümüze kadar daha bir çok farklı düzen geliştirilmiştir. Mükemmel ve en sade olarak görünen {1, 2, 3} rakamlarında bazı doğal sıkıntıların bulunması, müzikte kuramsal çalışmaların ana sebebini oluşturmaktadır. Müziğe ilginin artması, aynı anda çok daha fazla dinleyiciye hitap edilebilmesi amacıyla icracıların sayısının logaritmik olarak atması gerekmiştir. Eski Çin ve Mezopotamya uygarlıklarında; çalgı sayısının artırılması ve bir oktav dışına taşılarak çok-oktavlı müzik arayışları sonrasında 2 ile 3 sayısı arasındaki çekişmeyi ortaya çıkarmıştır. Oktav aralığı 7'ye çıktığında $(2/1)^7$ oranına ulaşılmaktadır. $(2/1)^7 = 7 \times 12y = 84$ yarım adımda ulaşılan bu aralığa, beşinciler kullanılarak 12. beşinci olan $(3/2)^{12} = 12 \times 7y = 84$ yarım adımda ulaşılabilmektedir. Ancak, gerçekten ilginç olan $(3/2)^{12} \neq (2/1)^7$ eşitsizliğidir. Oktavlarla ulaşılan 84. adım, beşinciler ile ulaşılan 84. adımın $3^{12}/2^{19} = 531{,}144\ /\ 524.288$ kadar gerisinde kalmaktadır. Bir oktavın 1,200 sent olduğu düşünülürse, bu aralıkçık yaklaşık 22.5 sentlik bir fark oluşmaktadır. *Koma* olarak da adlandırılan bu çok küçük fark (aralıkçık) yaklaşık olarak 1.013077 oranıdır. Bu aralıkçık ile piyanonun; ilk (en pes) tuşu olan La (A0: 27.5 Hz)'dan 27.8596 Hz'e, ve en tiz Do (C4:4186.0 Hz) tuşundan ise 4240.7 Hz'e ulaşılmaktadır.

Doğanın bize oynadığı bu güzel oyun tüm yeni müzik düzenlerinin önerilme sebebidir. Özellikle çok sesli müzikte oktav sayısı arttıkça kulağı rahatsız eden bu aralığı bir şekilde gidermek ya da oktav içerisinde kalarak tek sesli ama daha önce hiç duyulmamış yeni aralıkları keşfetmeniz gerekir. Doğu ile Batı müziğinin belki de en temel ayrımı olan bu farklılıkta, bir tarafta muazzam geniş oktavlı çok sesli orkestralar geliştirilmiş, diğer tarafta Türk makamları olarak bilinen en güzel örnek gibi *Doğal-12A*'da elde edilmesi mümkün olmayan çeşitlilikte yeni aralıklar ve makamlar türetilmiştir. Safiyüddin Urmevi, Rauf Yekta ve sonrasında Arel-Ezgi-Uzdilek (AEU) tarafından aynı sırayla; *Pest Hisar*, *Dik Pest Hisar* ve *Dik Hicaz* olarak adlandırılan aynı aralık, pes yöndeki 10. alt beşinci $(2/3)^{10}$ 'dir. Oktavımıza gelebilmesi için 6 oktav yukarı (tize) taşınmıştır. Safiyüddin Urmevi, Abdülkadir Nasır Dede Kantemiroğlu'nun 16, Harparsum Limonciyan'ın 13, Rauf Yekta'nın 23 beşinci kullanarak önerdikleri Türk Makamları, günümüzde yaygın olarak Konservatuvar eğitimlerinde yer alan Arel-Ezgi-Uzdilek (AEU-Doğal-24A) sisteminde 20 beşinci ile tanımlanmaktadır [3], [4]. AEU'nun toplam 20 beşinci (10 pes, 10 tiz) ile kuramsal gerekçelerle sınırlandırıldığı tahmin edilen sonuncu düzende yer almayan en yüksek beşinciler olan *Dik Geveşt* ile *Dik Puselik* aralıkları sırasıyla, pes yönünde 13. ve 14. beşincilerden oluşmaktadır. Önerilen *Tanyer-Doğal-37A* ses düzeninde, bahse konu eksik makamlar ile unutulmuş olabilecek tüm Türk Makamları içerilmektedir [5], [6].

2. OKTAV İLE BEŞİNCİ DOĞUŞKANLARI

İnsan kulağının algılamasında *oktav* ile *beşinci* (*beşli*)'lerin çok önemli bir yer taşımasının arkasında sesin fiziksel davranışı bulunmaktadır [7]. Sesin frekansını belirlemede insan kulağının oldukça başarısız olduğu bilinmektedir. Eğitilmemiş bir kulağın piyanonun en tiz iki tuşunu karıştırmış olması halinde, frekansta yaklaşık 235 Hertz'lik bir hata yapmakta olduğu söylenebilir. Oysa, farklı seslerin frekanslarını karşılaştırmada, özellikle pes tonlardaki dalgaların girişimi özelliğinden faydalanarak, bir kaç Hertz gibi hassasiyet ile çok farklı bir başarı sağlamaktadır. Kulağın iç yapısının geometrisinden dolayı, duran dalga özelliğinden faydalanıldığı, frekans artışlarının doğrusal yerine logaritmik olarak algılanıldığı gibi bir çok matematiksel çözümleme bulunmaktadır [6].



Şekil 1. El-Jurjani'nin çözdüğü Meyer'in elmas şeklini tanımladığı 5-ile-sınırlı tonlama elması.

TABLO I. El-Jurjani'nin Üçgen Matrisi ve Aralık Değerleri

1/1				
2/2	**3/2**			
3/3	**4/3**	**5/3**		
4/4	**5/4**	6/4	7/4	
5/5	**6/5**	7/5	**8/5**	9/5

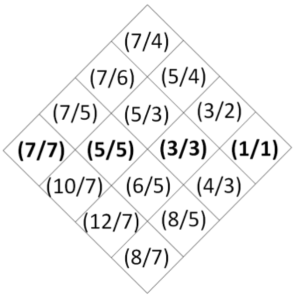
2.1. Doğal Oniki Aralıklı Ses Düzeni (Doğal-12A)

Doğal oniki aralıklı ses düzeni (*Doğal-12A*)'nin ilk defa ne zaman ve kimler tarafından geliştirilmiş olduğu kesin olarak bilinmemekle birlikte, uzun zamandır Batılı kaynakların neredeyse tümünde sahibi Pisagor olarak gösterilmektedir. Oysa, çok daha öncesi MÖ. 2700 yıllarında yaşamış olan Çinli Hükümdar Ti tarafından o dönemin baş müzisyeni olan Ling Lun'dan çanlardan oluşan 12 aralıklı ve bir oktav ses genişliğine sahip özel bir çalgı istemesine kadar gerilere gitmekte olduğu anlaşılmaktadır. Ling Lun tarafından üretilmiş olan çözümün Doğal-12A ses düzeninin belki de ilk örneği olabileceği tahmin edilmektedir. Doğal-12A ses düzeninde, toplamları tam olarak 1 oktav aralığını veren ve sadece 1, 2 ve 3 rakamlarından üretilen oranlardan oluşan 12 aralık bulunmaktadır. Klasik Batı müziğinde, bir oktav içerisinde doğal büyüklüklere sahip 12 adet aralık eşitlenerek yarım adım, $y^{12} = (2/1)$ ifadesinden, $y = (2/1)^{1/12}$ ve yaklaşık olarak 1.0595 değerine eşitlenmiştir. Böylelikle, oktavlar dışındaki tüm aralıklar doğal değerlerinden uzaklaştırılmıştır. Günümüzde farklı doğal doğuşkanları koruyan bir çok ses düzeni bulunmaktadır. Müzik dosyalarının tümü veya kısmi parçaları kullanılarak, tanıma, sınıflandırma gibi yöntemlerin geliştirilmesinde, bu tür belirleyici özelliklerin bilinmesi fayda sağlayacaktır.

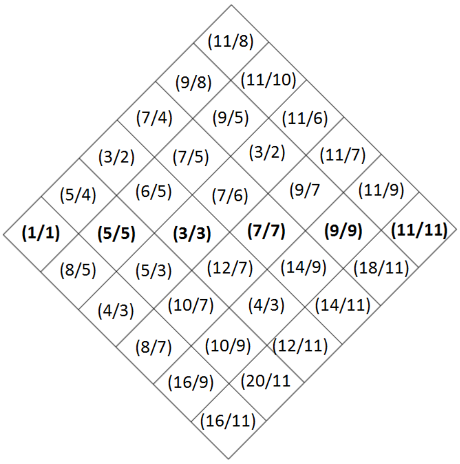
2.2. k/N Aralıklı Ses Düzenleri (Doğal-*k*/*N*A)

Doğal *k/N* aralık ses düzenleri (*Doğal-k/NA*), *N* ile sınırlandırılmış $k = N, (N+1), \ldots, (2N-1)$ değerleri kullanılan *k/N* oranlarından uygun olanlar seçilerek oluşturulmaktadır. Günümüzde *N-ile-sınırlı tonlama elması* (*N-limit tonality diamond*) olarak bilinen ilk çalışmayı yaptığı kabul edilen El-Jurjani'nin çözümünü elmas ile değil üçgen matris ile açıkladığı belirtilmektedir [8]. Bilimsel tahminlere göre öngördüğümüz El-Jurjani'nin çözümü aşağıda incelenmektedir.

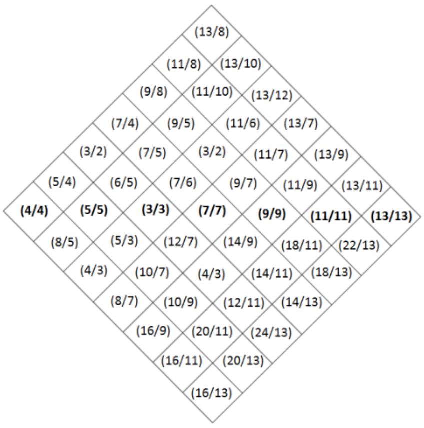
En sade olan; 1, 2 ve 3 rakamlarına 4 ile 5'in de dahil edildiğinde türetilebilecek tüm oranlar bir üçgen matris halinde gösterilebilmektedir (Tablo I). Beşinciye (3/2) eşit olması veya kulağa hoş gelmemesi sebebiyle, El-Jurjani'nin eleyerek oluşturduğu aralık değerleri, çok sonraları Meyer tarafından Şekil 1'deki gibi gösterilerek *tonlama elması* adını



Şekil 2. Meyer'in 7-ile-sınırlı tonlama elması.



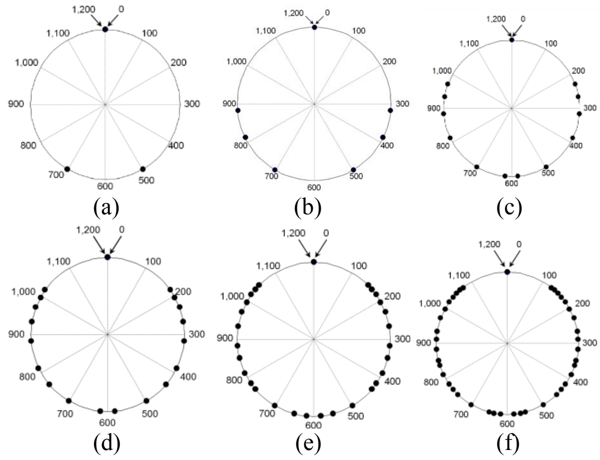
Şekil 3. Partch'ın 11-ile-sınırlı tonlama elması.



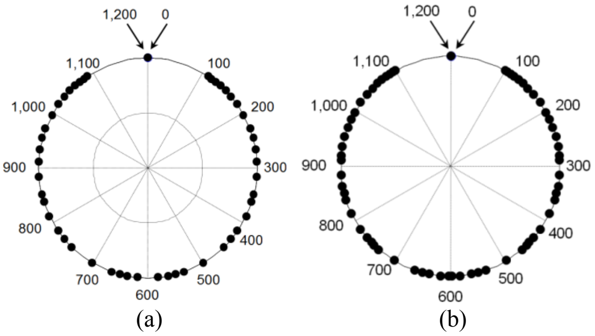
Şekil 4. Forster'in 13-ile-sınırlı tonlama elması.

almıştır. Benzeri çalışmalar sırasıyla Meyer tarafından N = 5 ve 7 [9], Partch tarafından N = 11 [10], [11] ve Forster tarafından ise N = 13 için yürütülmüş [8] ve karşılık gelen 'tonlama elmasları' çözülmüştür. Sonsuza ıraksayan serinin daha kolay anlaşılabilmesi için bu elmasların asıl halleri düzeltilerek gösterilmektedir (Şekil 1-4).

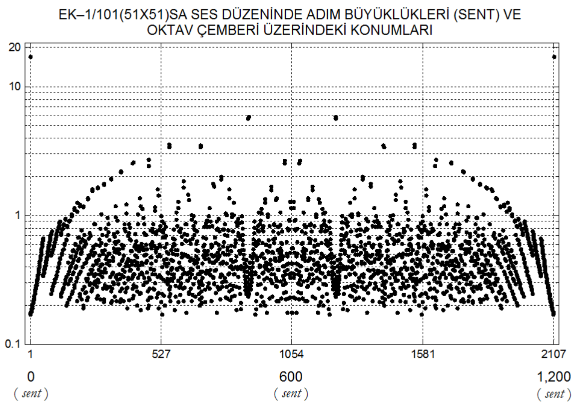
*N-ile-sınırlı tonlama elmaslar*ının önermekte oldukları ses düzenlerinin oluşturulmasında en büyük sıkıntı, hangi aralığın uygun olup hangilerinin uygun olmadığını belirleyecek herhangi bir kuralın bulunmamasıdır. Tecrübe isteyen bu konu yıllar almış ve son olarak N = 13'te son bulmuştur. Zorlaşmış olan bu problem yaklaşık 1,000 yıldan beri çözüm beklemektedir. Problemin çözülebilmesi amacıyla, öncelikle tüm elmas gösterimlerinin (matrislerin) aynı formata uygun şekilde ve sadeleştirilmemiş oranlar cinsinden Şekil (1-4)'deki



Şekil 5. Doğal k/N aralıklı ses düzenlerindeki aralıkların oktav çemberi üzerindeki konumları, sırasıyla; N = (a) 3, (b) 5, (c) 7, (d) 9, (e) 11 ve (f) 13.



Şekil 6. Doğal-k/15 ile Doğal-k/17 aralıklı ses düzenlerindeki aralıkların oktav çemberi üzerindeki konumları, sırasıyla; N = (a) 15, (b) 17.



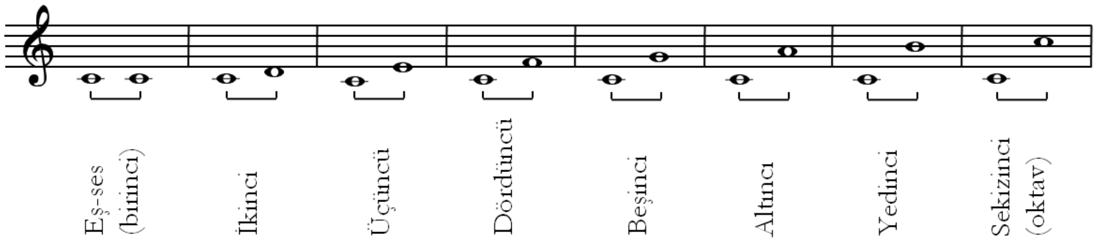
Şekil 7. Doğal-k/101 ses düzeninden MxM alt matris ön elemesi yoluyla elde edilen yeni ses düzeninde adım değerleri (frekans oranları) ve oktav çemberi üzerindeki konumları.

gibi düzenlenmesi gerekmektedir. Ayrıca, her bir ses düzeninin bir oktav içerisinde oluşturduğu aralıklar incelendiği takdirde, 0 ile 1,200 sent aralığı olan bir oktavın ikiye eşit olarak bölündüğü ve (0–600 sent) ile (600–1,200 sent) aralıklarında Şekil 5'te görüldüğü gibi simetrik bir düzen oluşturmakta olduğu görülmektedir. İlave olarak her bir matrisin orta köşegen üst ve altının sahip olduğu diğer özellikler kullanılarak, istenilen her boyuttaki tonlama elması Madde 4. Ekler Tablo II'de gösterildiği gibi matris halinde yazılabilecektir. Tüm tonlama elmasları bu formata uymaktadır.

3. SONUÇLAR

İbni Sina'nın hocası olarak tanınan El-Jurjani'nin ilk ortaya attığı kabul edilen doğal *k/N* aralıklı (*Doğal-k/NA*) ses düzeni ailesi Şekil (1-4)'te gösterildiği şekilde, hatalardan arınmış ve aynı şekilde ifade edilebilecek yapıya kavuşturulmuştur. N = 5, 7, 11 ve 13 ile sınırlı olan çözümlere, eksik olan N = 3, 9, 15 ve 17 çözümleri ilave edilmiştir (Şekil 6, 7). Daha sonra, müzik kuramında ve günümüz müzik icrasında yer alan bu ses düzeninin tüm çözüm ailesi elde edilmiştir. Müzik kuramında ilk defa sunulan bu çözüm ile kullanılmakta olan *Doğal-k/NA* ses düzenlerinin oluşturduğu aralıklar ile perde frekansları doğrudan ve kolaylıkla hesaplanabilmektedir. Böylelikle, tanıma, sınıflandırma gibi farklı bir çok sayısal işaret işleme uygulamalarında bilimsel yöntem geliştirilmesi mümkün olabilecektir.

4. EKLER



Şekil 8. Çift-tonlu (Yedi aralıklı) büyük Do dizeyindeki aralıklar.

TABLO II. Doğal k/N Aralık (Doğal-k/NA) Ses Düzeninde Aralıklar ve Matris Gösterimi

i \ j	0	1	2	...	(N –3)/2	(N –2)/2	(N –1)/2
0	$\left(\frac{[\mathbf{N+1}]}{[\mathbf{N+1}]}\right)$	$\left(\frac{[N+1]}{[N]}\right)$	$\left(\frac{[N+1]}{[N-1]}\right)$	...	$\left(\frac{[N+1]}{\left[\frac{N+3}{2}\right]+2}\right)$	$\left(\frac{[N+1]}{\left[\frac{N+3}{2}\right]+1}\right)$	$\left(\frac{[N+1]}{\left[\frac{N+3}{2}\right]}\right)$
1	$\left(\frac{2N}{[N+1]}\right)$	$\left(\frac{\mathbf{N}}{\mathbf{N}}\right)$	$\left(\frac{[N+1]-1}{[N-1]}\right)$	...	$\left(\frac{[N+1]-1}{\left[\frac{N+3}{2}\right]+2}\right)$	$\left(\frac{[N+1]-1}{\left[\frac{N+3}{2}\right]+1}\right)$	$\left(\frac{[N+1]-1}{\left[\frac{N+3}{2}\right]}\right)$
2	$\left(\frac{2N-2}{[N+1]}\right)$	$\left(\frac{2N-2}{[N]}\right)$	$\left(\frac{[\mathbf{N-1}]}{[\mathbf{N-1}]}\right)$	...	$\left(\frac{[N+1]-2}{\left[\frac{N+3}{2}\right]+2}\right)$	$\left(\frac{[N+1]-2}{\left[\frac{N+3}{2}\right]+1}\right)$	$\left(\frac{[N+1]-2}{\left[\frac{N+3}{2}\right]}\right)$
...	...	...	...	...	...	...	...
$\left(\frac{[N-3]}{2}\right)$	$\left(\frac{[N+3]+4}{[N+1]}\right)$	$\left(\frac{[N+3]+4}{[N]}\right)$	$\left(\frac{[N+3]+4}{[N-1]}\right)$	...	$\left(\frac{\left[\frac{\mathbf{N+3}}{\mathbf{2}}\right]+\mathbf{2}}{\left[\frac{\mathbf{N+3}}{\mathbf{2}}\right]+\mathbf{2}}\right)$	$\left(\frac{\left[\frac{N+3}{2}+1\right]+1}{\left[\frac{N+3}{2}+1\right]}\right)$	$\left(\frac{\left[\frac{N+3}{2}\right]+2}{\left[\frac{N+3}{2}\right]}\right)$
$\left(\frac{[N-2]}{2}\right)$	$\left(\frac{[N+3]+2}{[N+1]}\right)$	$\left(\frac{[N+3]+2}{[N]}\right)$	$\left(\frac{[N+3]+2}{[N-1]}\right)$	...	$\left(\frac{[N+3]+2}{\left[\frac{N+3}{2}\right]+2}\right)$	$\left(\frac{\left[\frac{\mathbf{N+3}}{\mathbf{2}}+\mathbf{1}\right]}{\left[\frac{\mathbf{N+3}}{\mathbf{2}}+\mathbf{1}\right]}\right)$	$\left(\frac{\left[\frac{N+3}{2}\right]+1}{\left[\frac{N+3}{2}\right]}\right)$
$\left(\frac{[N-1]}{2}\right)$	$\left(\frac{[N+3]}{[N+1]}\right)$	$\left(\frac{[N+3]}{[N]}\right)$	$\left(\frac{[N+3]}{[N-1]}\right)$	...	$\left(\frac{[N+3]}{\left[\frac{N+3}{2}\right]+2}\right)$	$\left(\frac{[N+3]}{\left[\frac{N+3}{2}\right]+1}\right)$	$\left(\frac{\left[\frac{\mathbf{N+3}}{\mathbf{2}}\right]}{\left[\frac{\mathbf{N+3}}{\mathbf{2}}\right]}\right)$

KAYNAKÇA

[1] R. D. Luce, C. Krumhansl, (1988) Measurement, scaling, and psychophysics. R.C. Atkinson, R.J. Herrnstein, G. Lindzey, & R.D. Luce (Edötörler) *Handbook of Experimental Psychology,* New York, Wiley.

[2] S. S. Stevens (1975), Geraldine Stevens, editor, Psychophysics: Introduction to its perceptual, neural, and social prospects, Transaction Publishers.

[3] Zeren A. (2008), Müzikte Ses Sistemleri, İkinci Baskı, Pan Yayıncılık, İstanbul.

[4] Zeren A. (2003), Müzik Sorunları Üzerine Araştırmalar, Pan Yayıncılık, İstanbul.

[5] S. G. Tanyer, 'Doğal 37 aralıklı ses düzeni: Türk Makamları kuramında ihtiyaç duyulan doğuşkanların eksiksiz havuzu', IEEE 22. Sinyal İşleme ve İletişim Uygulamaları Kurultayı, SİU-2014, Trabzon, 23–25 Nisan, 2014.

[6] S. G. Tanyer, 'Müziğin Doğası – Matematiğin Sesi', yayınlanma çalışmaları devam etmektedir.

[7] Zeren A. (2003), Müzik Fiziği, İkinci Baskı, Pan Yayıncılık, İstanbul.

[8] C. Forster (2010), Musical Mathematics – On the art and science of acoustic intruments, Chronicle Books, San Francisco.

[9] M. F. Meyer (1929), The Musician's Arithmetic, Oliver Ditson Company, Boston, Massachusetts.

[10] H. Partch (1949), Genesis of Music, The University of Wisconsin Press, New York.

[11] H. Partch (1974), Genesis of Music, 2. Baskı, De Capo Press, New York.