

TUE opleiding Werktuigbouwkunde

**Bachelor Eind Project
Blok C en D**

**Metingen en Analyse van
Muziekinstrumenten**

J. A. Boer
Id. nr. :0568626
DCT 2007.045

Begeleider: L. Kodde

Eindhoven, 5 april 2007

Inhoudsopgave

Hfdst.	Omschrijving	Pagina
1.	Inleiding	3
2.	Geluid	4
3.	Blaasinstrumenten	6
4.	Snaarinstrumenten	9
5.	Slaginstrumenten	11
6.	Nauwkeurigheid	17
7.	Conclusie	23
8.	Literatuurlijst	24
9.	Bijlage	
	1 – Symbolenlijst	26
	2 – Stappenplan berekening fluit	27
	3 – Matlab M-files	28
	4 – Metingen aan fluit en xylofoon	30

1. Inleiding

Muziek is te horen in alle facetten van het leven. Hoe wordt deze muziek gemaakt? Wat zijn de fysische achtergronden?

Voor een ontwerp gericht onderwijs(OGO) project in het eerste jaar, zocht men een toepassingsgebied van resonantie. Normaal gesproken wordt dit in de werktuigbouwkunde vermeden.

Het vak dynamica en het vak signaalanalyse zijn beide bruikbaar om de werking van muziekinstrumenten te leren begrijpen. De bedoeling is de dynamica van een dergelijk systeem te begrijpen, en waar te nemen hoe dit terugkomt in bepaalde muziekinstrumenten.

Om de dynamica te meten zijn er gereedschappen nodig. Deze gereedschappen zijn te vinden in de vak signaalanalyse. Er is een signaal met een bepaalde frequentie, maar wat zijn de eigenschappen daarvan en hoe kunnen deze worden aangepast?

De eigenschappen moeten gemeten worden. Hiervoor wordt gebruik gemaakt van een laptop met een microfoon.

Signaal in computer, data bewerken, dynamica begrepen. Maar wat is dat waard? Hoe nauwkeurig is alles gebeurd? Wat voor zekerheid is er dat de data die gemeten is echt het geluid beschrijft? En hoe goed beschrijft deze het geluid?

2. Geluid

Geluid bestaat uit trillingen die zich voortplanten door een medium. In de meeste gevallen is deze lucht.

Geluidstrillingen zijn de trillingen van de atomen of moleculen van het medium waar het geluid zich in voortplant. Deze trillingen treden op in dezelfde richting als die waarin het geluid zich voortplant.

Geluid plant zich dus voort als longitudinale en transversale golven. Trillingen loodrecht op de voortplantingsrichting zijn transversale golven, zoals buigtrillingen.

De geluidstrillingen die in de lucht optreden veroorzaken een trilling in het trommelvlies, welke via het middenoor in het slakkenhuis terechtkomt, waarna het als elektrische potentialen in de hersenen als geluid wordt waargenomen.

Om het geluid te kwantificeren zijn enkele begrippen[13] nodig:

- Frequentie - Frequentie wordt weergegeven in Hertz, het aantal gebeurtenissen per seconde. In de muziekwereld kan dit ook een waarneembaar geluid zijn (vaste frequentie) met een bepaalde frequentiehoogte en een vaste klankstelling, bepaald door de grondfrequentie en de aanwezige bovenfrequentie.

- Grondfrequentie - hoofdfrequentie van een akkoord (meting).
- Frequentiehoogte - de ervaren hoogte van een frequentie. Vaak is er een directe relatie met het waargenomen spectrum van het geluid.

- Harmonisch (gehele veelvouden) - is een geluid dat is opgebouwd uit een aantal gehele veelvouden en van een basisfrequentie. Eigenfrequentie duidt op de frequentie die een systeem van nature genereert, bijvoorbeeld een slinger. Indien een systeem meerdere eigenfrequenties kan hebben (bijvoorbeeld een gespannen snaar), zijn de hogere frequenties harmonische van de laagste van deze frequenties, de basisfrequentie.

- Octaaf - is in de muziek het interval tussen twee tonen waarvoor geldt dat de frequentie van de hoogste toon precies het dubbele is van die van de laagste. In dat verband wordt de toon met de dubbele frequentie wel het octaaf van de andere toon genoemd. Ook bekend is de decade, hier is het frequentie interval tussen twee tonen een factor 10.

- Luidheid of geluidsterkte – luidheidperceptie is grotendeels logaritmisch, maar is afhankelijk van de frequentiehoogte.

- Klankkleur of timbre - klankkleur is geen fysische parameter van het geluid. Bovendien is de klankkleurperceptie zeer sterk afhankelijk van zowel luidheid als frequentie.

Fysische begrippen

Om het geluid te kunnen beschrijven is noodzakelijk de fysische begrippen te kennen.

Een van die begrippen is de snelheid(v) waarmee de golven(trillingen) zich bewegen in een medium. In dit project is dat medium de lucht of een deel van het instrument. De snelheid waarmee de golf zich beweegt is afhankelijk van de frequentie(f) en de golflengte(λ).

$$v = \lambda * f \quad (2.1)$$

Soorten muziekinstrumenten

Hieronder enkele korte indelingen van soorten muziekinstrument, ze worden in het vervolg nader uitgelegd.

Blaasinstrumenten

Een blaasinstrument is een muziekinstrument waarmee geluid voortgebracht wordt door lucht te blazen in of over het instrument. De toon ontstaat doordat de lucht die geblazen wordt in of over het mondstuk aan het ene uiteinde van een resonator, meestal een klankbuis, de luchtkolom in de resonator in trilling brengt.

De effectieve lengte van de resonator bepaalt, samen met de blaastechniek, de frequentie van de voortgebrachte toon. Bij de meeste blaasinstrumenten kan de effectieve lengte van de resonator door de speler beïnvloedt worden door middel van gaten, een uitschuifbare buis, kleppen of ventielen, of een combinatie hiervan.

Snaarinstrumenten

Snaarinstrumenten zijn muziekinstrumenten waarbij het geluid veroorzaakt wordt door het trillen van snaren. Over het algemeen wordt het geluid van de trillende snaar ondersteund door een klankkast of resonator.

Snaarinstrumenten of chordofonen kunnen op basis van de constructie verder ingedeeld worden:

-luitachtigen: klankkast en hals liggen in elkaars verlengde; de snaren lopen evenwijdig aan de kast, zoals bij een gitaar. Het bouwprincipe is dat van een lijn(tweehoek), waaronder een klankkast is gemonteerd.

-harpachtigen: klankkast en hals maken een hoek; de snaren lopen van de hals naar de klankkast zoals harp en lier. Het bouwprincipe is dat van een driehoek, waarin een klankkast is geïntegreerd.

- citers: snaarinstrumenten zonder hals, zoals de piano. Het bouwprincipe is dat van een vierhoek(meestal een trapezium), waarin een klankkast is geïntegreerd.

De luitachtige snaarinstrumenten kunnen ook nog worden onderverdeeld aan de hand van de manier waarop de snaren in trilling worden gebracht.

Slaginstrument

Slaginstrumenten of percussie-instrumenten worden doorgaans in twee groepen verdeeld op basis van klank voortbrenging.

- idiofoon: het geluid wordt door van nature klankrijk materiaal veroorzaakt(xylofoon, triangel)
- membraanfoon: het geluid wordt door een vel of membraan veroorzaakt(pauk, trommel).

3. Blaas instrumenten

Omdat de groep blaasinstrumenten groot is wordt hier een van die instrumenten grondiger besproken. Er is gekozen voor de dwarsfluit. Eerst de algemene fysische formules die voor blaasinstrumenten geldig zijn. Van de algemene formules kan worden afgeleid naar specifieke formules geldig voor een bepaalde soort blaasinstrument, zo heeft elk instrument verschillende eigenschappen die van belang zijn voor de berekeningen.

Het gaat hier om een kolom lucht die beweegt met een bepaalde snelheid door een resonator. Er zijn twee soorten resonators mogelijk voor blaasinstrumenten; beide kanten open, en één kant open van de resonator.

Voor blaasinstrumenten waar beide kanten open zijn, geldt:

$$\lambda_n = \frac{2 * L_s}{n} \quad (3.1)$$

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{n * v}{2 * L_s} \quad (3.2)$$

Voor blaasinstrumenten waar een kant gesloten is, geldt:

$$\lambda_n = \frac{4 * L_s}{(2 * n - 1)} \quad (3.3)$$

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{(2 * n - 1) * v}{4 * L_s} \quad (3.4)$$

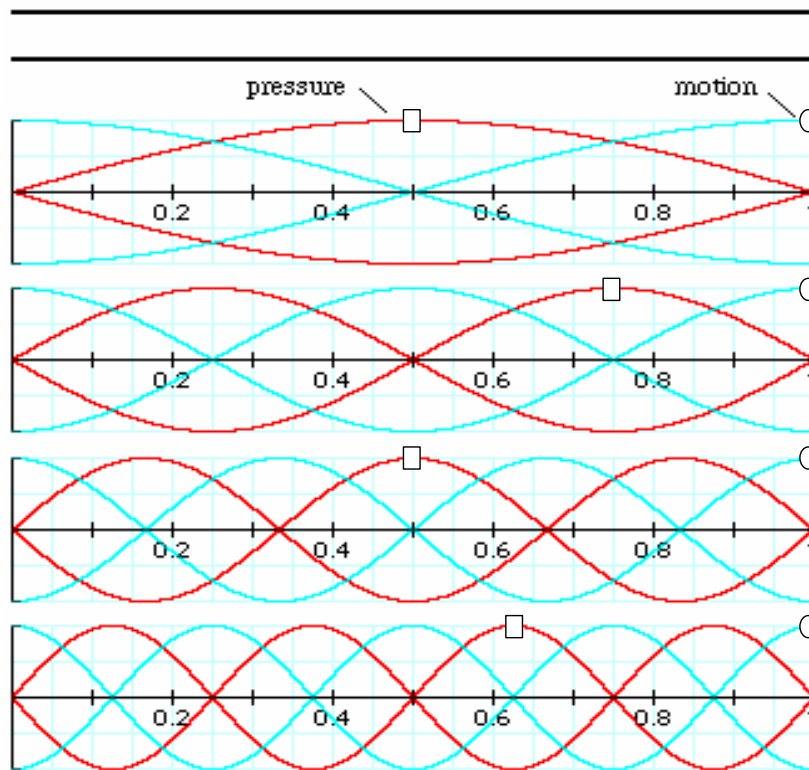
Met:

v - snelheid van geluid in lucht

L_s - lengte van resonator of klankbuis

n – frequentie(n=1,2,3,...)

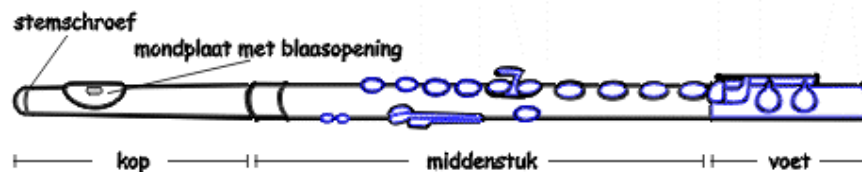
In figuur 3.1 zijn deeltjesbeweging(motion) en de drukgolf(pressure) te zien, bij een aan beide kanten open resonator. De figuur 3.1 laat niet alleen de grondfrequentie zien, maar ook nog 3 harmonische frequenties van de grondfrequentie.



Figuur 3.1 – Deeltjesbeweging en drukgolf in resonator (beide kanten open) [7]

De dwarsfluit is een blaasinstrument dat dwars op de lippen geblazen wordt; de luchtstroom uit de mond staat haaks op de boring van het instrument.

Een dwarsfluit bestaat uit een smalle, rechte cilinder met drie onderdelen, namelijk het kopstuk met een mondplaat(of blaasopening), het middenstuk met kleppen die door de vingers bewogen kunnen worden en de voet als extra om nog lagere noten te kunnen spelen. Hij wordt bij het spelen dwars naar rechts gehouden. De dwarsfluit heeft een toonomvang van meer dan 3 octaven.



Figuur 3.2 – Onderdelen van een dwarsfluit [6]

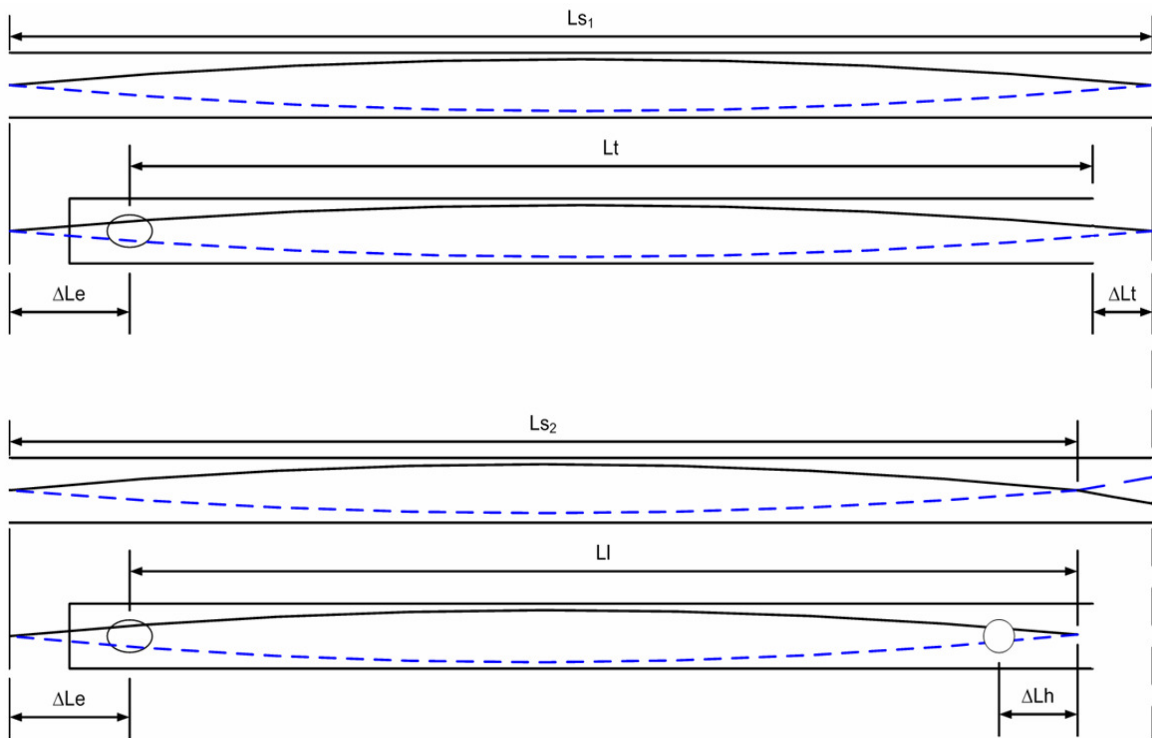
Het kopstuk is aan een kant afgesloten met een stemschroef. De afstand tussen de binnenkant van de stemschroef en de blaasopening bepaalt de stemming van

het instrument. De grootte van die afstand is, gerekend vanaf het midden van de blaasopening, gelijk aan de binnendiameter van de fluit op die plaats.

Een dwarsfluit is een instrument waar beide kanten (door blaasopening) open zijn. Dus we kunnen de basisformule 3.1 en 3.2 toepassen, zie ook figuur 3.1. Met die basisformules wordt er een lengte bepaald (afhankelijk van de laagste frequentie die de fluit moet kunnen spelen). Maar niet minder waar is dat de fluit ook een paar correcties heeft, zie figuur 3.3. Er zijn dus verschillende andere vergelijkingen die worden gebruikt om uiteindelijk de lengte te bepalen, maar de basis wordt afgeleid van 3.1 en 3.2.

In boeken en op internet zijn verschillende formules te vinden die uiteindelijk op hetzelfde uitkomen. Hier wordt gebruik gemaakt van wat ook in de literatuur [1],[2] en [9] te vinden is. Hier wordt een stappenplan voorgesteld hoe alle afmetingen van een fluit bepaald worden, voor voorbeelden en specifiekere details wordt verwezen naar de literatuur. In Figuur 3.3 zijn alle correcties die bij een fluit horen geïllustreerd en de drukgolf in de resonator.

In figuur 3.3 wordt ook de analogie gemaakt met een open resonator. Het is zo geïllustreerd om te laten zien dat de geometrische lengte (L_{S_n}) verandert met de positie van de openingen van de fluit. Dus de lengte bepaalt de frequentie.



Figuur 3.3 – Correctie factors en de drukgolf in een dwarsfluit

Met:

L_{s_n} – geometrische lengte ($n=1,2,3,\dots,n$)

ΔL_e – Correctie mondstuk

ΔL_t – Correctie eindstuk

L_t – lengte van midden mondstuk tot eind van cilinder

L_l – lengte van midden mondstuk tot eerste opening

ΔL_h – Correctie opening

Het stappenplan om een fluit te ontwerpen is te vinden in de bijlage 2 (het gaat hier om de basis, voor meer details zie literatuur [2], [3] en [9]).

Maar zelfs met de formules (bijlage 2) is het moeilijk om een optimale fluit te ontwerpen, ook in de literatuur wordt geschreven dat er experimenteel om moet worden gegaan met lengtes en diameters van de openingen. Dus de fluit zou eerst iets langer moeten worden afgezaagd en daarna worden afgesteld doormiddel van kleine veranderingen in de lengte.

4. Snaarinstrumenten

Een snaar gaat trillen als het in beweging wordt gebracht. Een snaar onder een bepaalde spanning kan veel frequenties genereren, deze frequenties zijn harmonisch verdeelt. Dat maakt het mogelijk om een simpel snaarinstrument te ontwerpen met een rijke harmonische structuur.

De snaren maken het mogelijk om de frequentie en de harmonische(inhoud) af te stellen. De frequentie is afhankelijk van de lengte van de snaar. Over het algemeen voor snaarinstrumenten geldt dus:

$$L = \frac{\lambda}{2} \quad (4.1)$$

$$f = \frac{v}{2 * L} \quad (4.2)$$

Met:

λ – golflengte

L – lengte van de snaar

f – frequentie

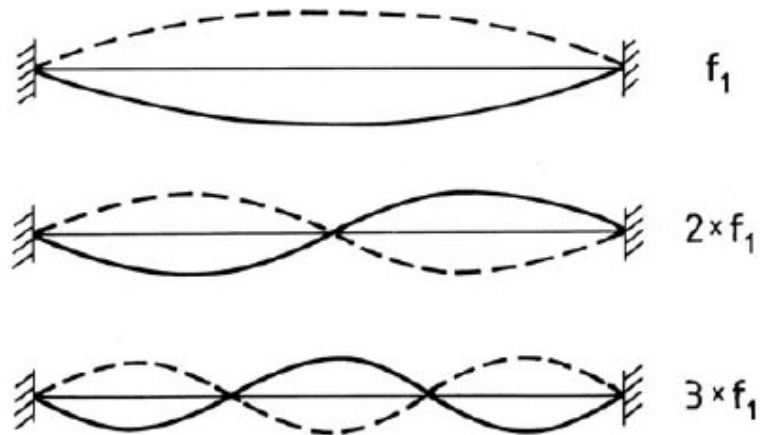
v – snelheid van golf(buiggolven)

De frequentie wordt bepaald door de kracht, lengte en massa van de snaar. De massa per eenheid van lengte en kracht bepalen de snelheid van de trilling in de snaar, dus:

$$v = \sqrt{\frac{K}{\mu}} \quad (4.3)$$

Met:
 K - Kracht
 μ – Massa per eenheid van lengte

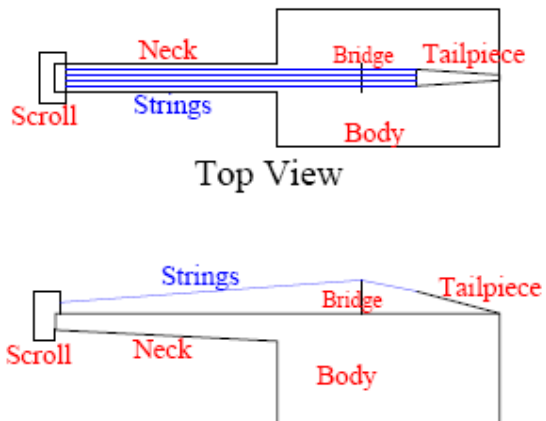
De frequenties verhouden zich harmonisch ten opzichte van elkaar, dus eerste frequentie is de grondtoon(grondfrequentie), en dan is de tweede frequentie twee keer de grondtoon, en zo verder. Voor een illustratie, zie figuur 4.1.



Figuur 4.1 – Harmonische frequentie verhouding van een snaarinstrument [4]

Het is wenselijk dat alle snaren van een instrument onder dezelfde spanning staan, dat om te voorkomen dat het instrument onder torsie zit. Dat is de reden dat er snaren met verschillende massa per eenheid(betekent meestal verschillende diameters of verschillende soorten materiaal) op hetzelfde instrument zitten, om zo te voorkomen dat het instrument vervormt onder de hoge spanning van snaren.

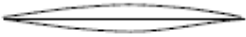


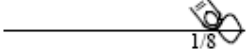
Hoe het geluid wordt geproduceerd is afhankelijk van het soort snaarinstrument. Hier wordt in het kort besproken hoe het geluid wordt geproduceerd in een gitaar. Om de uitleg makkelijker te maken, zie de verschillende onderdelen van een gitaar in figuur 4.2.



Figuur 4.2 – Verschillende onderdelen van een gitaar [15]

De bridge draagt de trilling energie van de snaren over naar de bovenplaat van de gitaar. De snaren alleen kunnen niet op een effectieve manier lucht bewegen om geluid te produceren, maar de bovenplaat kan dat veel efficiënter. De luchtholte voelt de trilling en komt ook in beweging. De complete resonantie van de bovenplaat en onderplaat produceert een resonantie die ongeveer een octaaf boven de lucht resonantie is. En zo wordt het geluid geproduceerd in een gitaar.

Dus elke snaar produceert een bepaalde grondtoon. Als het gewenst is een octaaf hoger te spelen, zou dat mogelijk zijn door de lengte van de snaar te veranderen. Dat is mogelijk, zoals in figuur 4.3 schematisch wordt weergegeven.

Note	Frequency	Diagram of vibrating string
low low low A	$f = 55 \text{ Hz}$	
low low A	$f = 110 \text{ Hz}$	
low A	$f = 220 \text{ Hz}$	
middle A	$f = 440 \text{ Hz}$	

Octaves of a vibrating string.

This sequence: 55, 110, 220, 440, is a geometric sequence.

Figuur4.3 – Mogelijke frequenties op eenzelfde snaar[4]

5. Slaginstrumenten

Omdat de groep slaginstrumenten of percussie-instrumenten groot is, wordt één van die instrumenten grondiger besproken. Er is gekozen voor de xylofoon. Veel van wat hier besproken wordt kan worden toegepast op andere slaginstrumenten(of percussie instrumenten).

Het gaat om trillingen die door het materiaal worden geleid. Maar nu produceert het instrument(staaf) zelf het geluid. In eerste instantie worden de fysische aspecten bekeken.

Het model kan worden beschreven door een differentiale vergelijking. Het wordt hier niet helemaal uitgewerkt, omdat het niet de bedoeling is van dit project, maar voor meer details wordt verwezen naar literatuur [9].

De golven kunnen fysisch worden beschreven door een tweede orde differentiaal vergelijking(Euler Bernoulli)[19], vergelijking 5.1 geldt zowel voor golf in snaren als golf in lucht.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \tag{5.1}$$

De differentiale vergelijking die de golfbeweging in staven beschrijft is:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{E * I}{A * \rho} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad (5.2)$$

Met:

A – doorsnede oppervlakte

E – Young's modulus

ρ – Dichtheid van materiaal

I – Kwadratisch oppervlakte moment

De oplossing van vergelijking 5.2, voor staven free-free (beide kanten vrij), is van de vorm:

$$y(x, t) = X(x) * e^{\pm i\omega t} \quad (5.3)$$

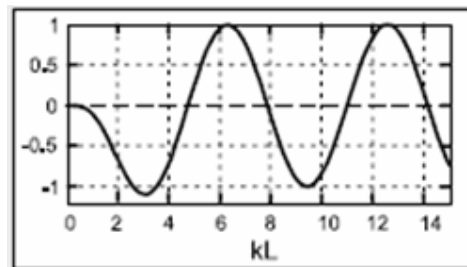
De amplitude van staande golven in de staven $X(x)$ hebben de vorm:

$$X(x) = A \left\{ \cos(kx) + \cosh(kx) + \left[\frac{\cosh(kl) - \cos(kl)}{\sin(kl) + \sinh(kl)} \right] * [\sin(kx) + \sinh(kx)] \right\} \quad (5.4)$$

Waar alleen de k 's die aan deze vergelijking voldoen zijn toegestaan:

$$\cos(kl) \cosh(kl) = 1 \quad (5.5)$$

Voor complete uitwerking, zie literatuur [19]. Er zijn oneindige oplossingen mogelijk, in figuur 5.1 en tabel 5.1 worden de eerste vier oplossingen getoond, met deze vier oplossingen kunnen we bepalen wat de knooppunten zijn van de frequenties, zie figuur 5.2. Met deze vier oplossingen kan worden bepaald wat het ophangpunt van de staaf is. De oplossing nul wordt niet toegestaan. Het is gewenst om de grondtoon te horen dus wordt de tweede oplossing gebruikt om de ophangpunten van de staven te bepalen. In figuur 5.2 wordt getoond hoe de grondtoon, en tweede en derde toon zich gedragen in een materiaal.

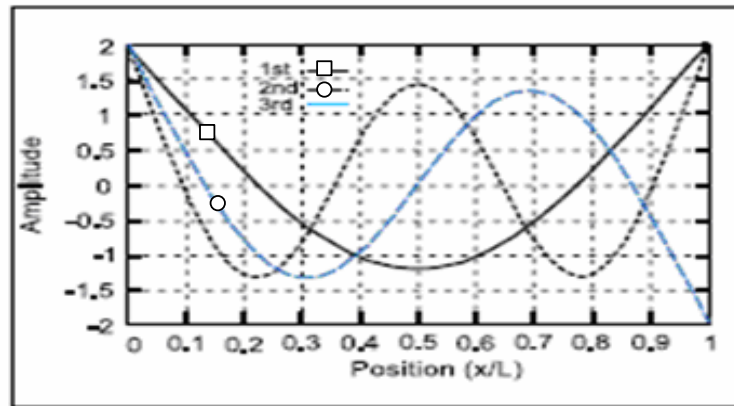


Figuur 5.1 – Eerste vier nulpunten van vergelijking 5.2 [19]

Zero's	kl	Eerste knooppunt
0	0.00	
1	4.73	0.224*L
2	7.85	0.132*L
3	10.99	0.094*L

Tabel 5.1 –Eerste vier nulpunten van vergelijking 5.2 [3],[19]

Let op dat de knooppunten voor de eerste toon, tweede toon, derde toon respectievelijk ongeveer 22.4%, 13.2% en 9.4 % van de staaflengte zijn, gemeten van een van de uiteindes.



Figuur 5.2 – Buiggolven in een free-free staaf [19]

De frequenties kunnen worden uitgerekend met vergelijking 5.6, voor free-free staven geldt dus:

$$f = \frac{(kl)^2}{2 * \pi * L^2} \sqrt{\frac{E * I}{A * \rho}} \quad (5.6)$$

Waar $(kl)^2$ een van de nulpunten van tabel 5.1 is. De snelheid waarmee de golf in het materiaal beweegt kan beschreven worden als luidt:

$$v_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (5.7)$$

De vorm van de staven is ook bepalend voor de frequentie en dat komt weer terug in de termen I en A.

Van vergelijking 5.2 kan ook een specifieke formule afgeleid worden voor “clamped-free” staven(aan één kant ingeklemd). Door andere randvoorwaarden ([3]pg.61) is de uitwerking net iets anders.

Waar alleen de k's die aan deze vergelijking voldoen zijn toegestaan:

$$\cos\left(\frac{kl}{2}\right)\cosh\left(\frac{kl}{2}\right) = 1 \quad (5.8)$$

Het uiteindelijke resultaat is dan:

Zero's	kl
0	0.00
1	1.875
2	4.694
3	7.855

Tabel 5.2 - Eerste vier nulpunten van vergelijking 5.2 voor clamped-free staaf [3],[20]

Om de frequentie uit te rekenen kan gebruik worden gemaakt van vergelijking 5.6 en tabel 5.2.

Om deze theorie in de praktijk te brengen is een prototype gemaakt, met gebruik van koperen pijpjes. Voor de berekeningen is gebruik gemaakt van de volgende gegevens:

Invloed van de vorm van de staaf:

$$\frac{I}{A} = \frac{(r_o^2 + r_i^2)}{4} \quad (5.9)$$

Met:

r_i – interne straal

r_o – externe straal

Er zijn in de literatuur de volgende waarden voor E en ρ gevonden:

- E = 120 GN/m²

- ρ = 8930 kg/ m³

In eerste instantie zijn deze waarden gebruikt om de lengtes van de staven te bepalen. Maar deze bleken niet het gewenste resultaat te geven. De frequentie was anders dan voorspeld door de berekening. Door de bewerking van het koper tot pijp, is niet bekend wat de invloed op de E en ρ zijn. Het kan zo zijn dat het materiaal niet puur koper is, maar van een samenstelling van twee of meer materialen.

Dus er is een pijp op lengte gemaakt, met de gewenste frequentie en daarna een snelheid mee bepaalt (vergelijking 5.7). Deze waarde wordt gebruikt om de andere lengtes te berekenen. In tabel 5.3 zijn de resultaten weergegeven. Er is een complete toonladder geconstrueerd.

Tonen	Gewenste frequentie[Hz]	Uitgerekend lengte van pijp[m]	Uiteindelijk lengte van pijp[m] $\pm 0.5\text{mm}$	Gemeten frequentie[Hz]
A	880	0.2743	0.277	880.2
B	987.77	0.2632	0.261	991.5
C	1046.5	0.2557	0.255	1045.9
D	1174.7	0.2414	0.240	1181.5
E	1318.5	0.2278	0.226	1321.9
F	1396.9	0.2177	0.216	1398.3
G	1568	0.2055	0.204	1574.6
A	1760	0.1939	0.191	1769.8

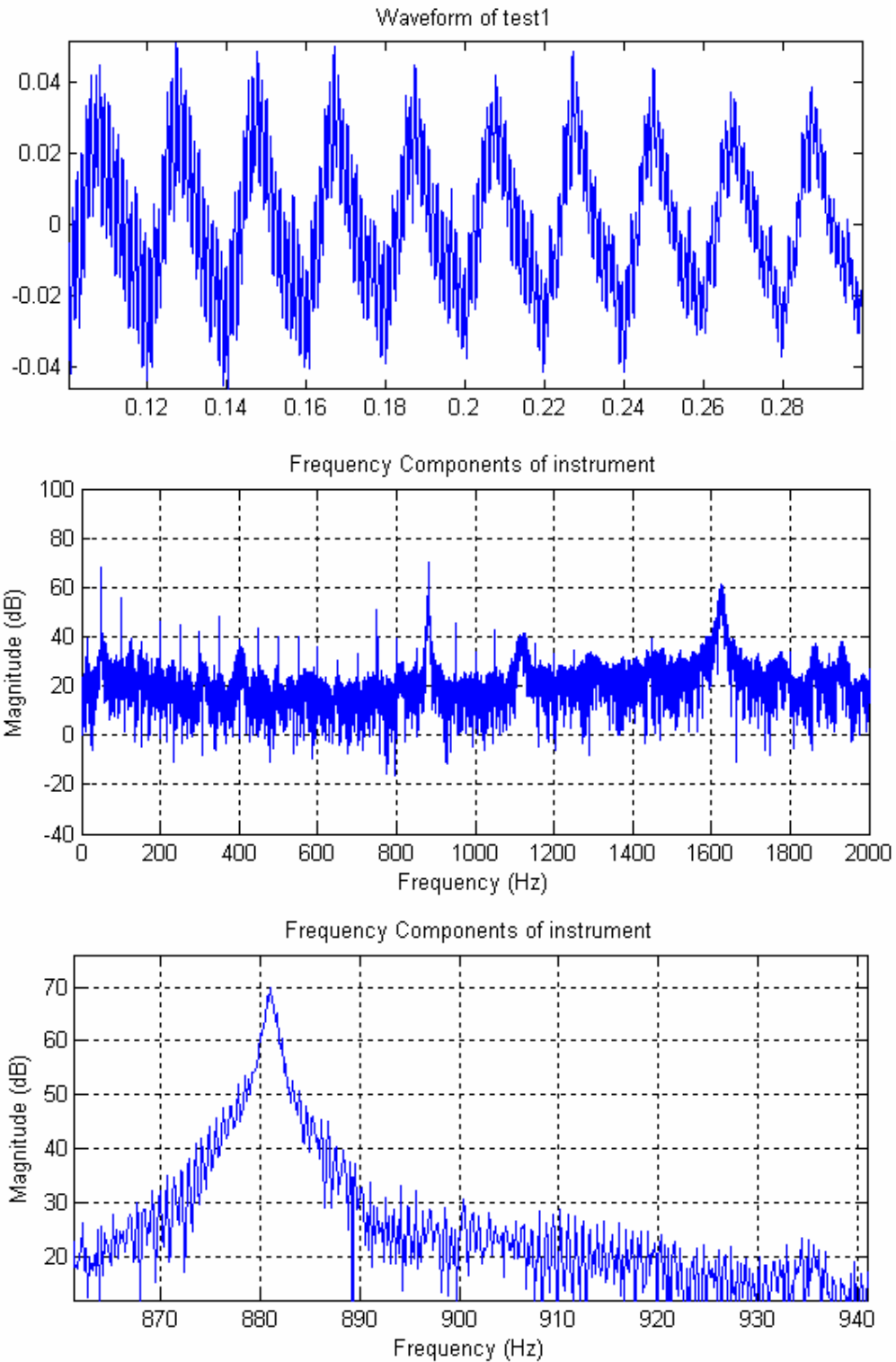
Tabel 5.3 – Lengte van de pijpen en gemeten frequentie van het xylofoon prototype

Let op dat de eerste 4 pijpen gemaakt zijn van nieuw materiaal waarvoor geldt: $v=3872.98$ m/s. En de andere 4 pijpen zijn gemaakt van een ouder materiaal en daarvoor geldt $v=3735.44$ m/s. Waardoor die verschillen veroorzaakt worden is niet zeker, het verschil zit waarschijnlijk in de parameters E en/of ρ , maar waar precies het verschil in zit is niet bekend, en er is ook niet naar gezocht.

Bij het construeren van het prototype is een duidelijke invloed van de afmeting van de pijp geconstateerd, kleine veranderingen in de lengte geven grote verschillen in frequentie. Om dat verder te onderzoeken, wordt gebruik gemaakt van vergelijking 6.7. Als er nu wordt gesteld dat de verandering in de straal en in de snelheid nul zijn en dat er 1 mm in de lengte verandert, dus $dL=1$ mm, wordt de verandering in frequentie: $dF \approx -7$ Hz. Dus het is heel belangrijk bij het construeren van een xylofoon dat de lengte van de pijp zo exact mogelijk is.

De waardes van de gemeten frequentie zijn gegeven als exact, dat is niet mogelijk. Voor de onzekerheid van elke specifieke frequentie, zie hoofdstuk 6.2, voorbeeld 6.1.

In figuur 5.3 een voorbeeld van een meting van de xylofoon. De andere metingen zijn te vinden in bijlage 4.



Figuur 5.3 – Meting aan xylofoon, grondfrequentie 880 Hz, 1 – ingang signaal, 2 – frequentie van de pijp, 3 – ingezoomd signaal op gewenste frequentie

6. Nauwkeurigheid

Om een meetresultaat zinvol te kunnen gebruiken is het van groot belang om te weten in hoeverre het meetresultaat betrouwbaar is. Deze betrouwbaarheid is de maat voor de nauwkeurigheid. Binnen de nauwkeurigheid zit een bepaalde onzekerheid, interval rond het resultaat van een meting, van het systeem. Deze onzekerheid is in zekere zin bepaald door de gevoeligheid van het systeem.

Matlab

In eerste instantie wordt er gekeken naar de nauwkeurigheid in Matlab. Dit programma wordt gebruikt voor opname en bewerking van muzikdelen. De bedoeling is, dat een deel van een muziek wordt aangeboden aan het programma, dat kan zijn via een bestand of door live opnames via de microfoon.

Doordat de computer niet een continu signaal kan bewerken, gebruikt hij een aantal punten/getallen om deze zo goed mogelijk na te bootsen(discrete systeem).

Ten eerste wordt gekeken naar de eisen voor het opnemen van muziekfragmenten die daarna worden gebruikt in Matlab.

Er zijn een paar parameters welke van belang zijn om te zorgen dat er een bepaalde nauwkeurigheid te behalen is.

Bemonsterde frequentie (Sample Frequency(F_s))

Dit is het aantal punten of data dat wordt gemeten per eenheid van tijd. In andere woorden, deze geeft aan het aantal metingen(getallen) dat er wordt gebruikt in één seconde.

De standaard waarden die worden gebruikt door een computer zijn: 8000, 11025, 22050, 44100 per seconde.

Voor het bepalen van de bemonsterde frequentie geldt de regel dat deze twee keer groter moet zijn dan de hoogste frequentie die in het signaal wordt verwacht(Shannon's Theorem of Nyquist).

Meet tijd(T)

De tijd waarin een geluid wordt opgenomen. Als er een hogere nauwkeurigheid wordt verwacht, impliceert dat, dat er een langere tijd gemeten moet worden, om de betrouwbaarheid van de data te verhogen. Als er meer data nodig is, moeten er ook langere tijden gemeten worden om die data te verkrijgen.

$$T = N * \Delta t \quad (6.1)$$

Interval of samples(Δt)

Deze variabele beschrijft de tijd tussen elk punt.

$$\Delta t = 1/F_s \quad (6.2)$$

In dit project wordt onder andere het commando "Fast Fourier Transform(FFT)" gebruikt; binnen dit commando worden er sommige parameters gevraagd die

bepalend zijn voor de nauwkeurigheid. Elke parameter wordt uitgelegd om duidelijk te maken wat de invloed is en hoe ze de berekeningen beïnvloeden.

Aantal punten(N)

Aantal punten die FFT zou gebruiken om te berekenen. Dit is afhankelijk van het aantal punten dat beschikbaar is. Dit aantal punten wordt bepaald door de meettijd en de bemonsterde frequentie. Hoe groter het aantal punten dat gebruikt wordt, des te groter de nauwkeurigheid van de berekening.

$$N = T * F_s \quad (6.3)$$

Frequentie resolutie(Frequency resolution[Δf])[18]

Dat is de nauwkeurigheid welke te behalen is met de parameters.

$$\Delta f = \frac{1}{T} \quad (6.4)$$

Voorbeeld 6.1:

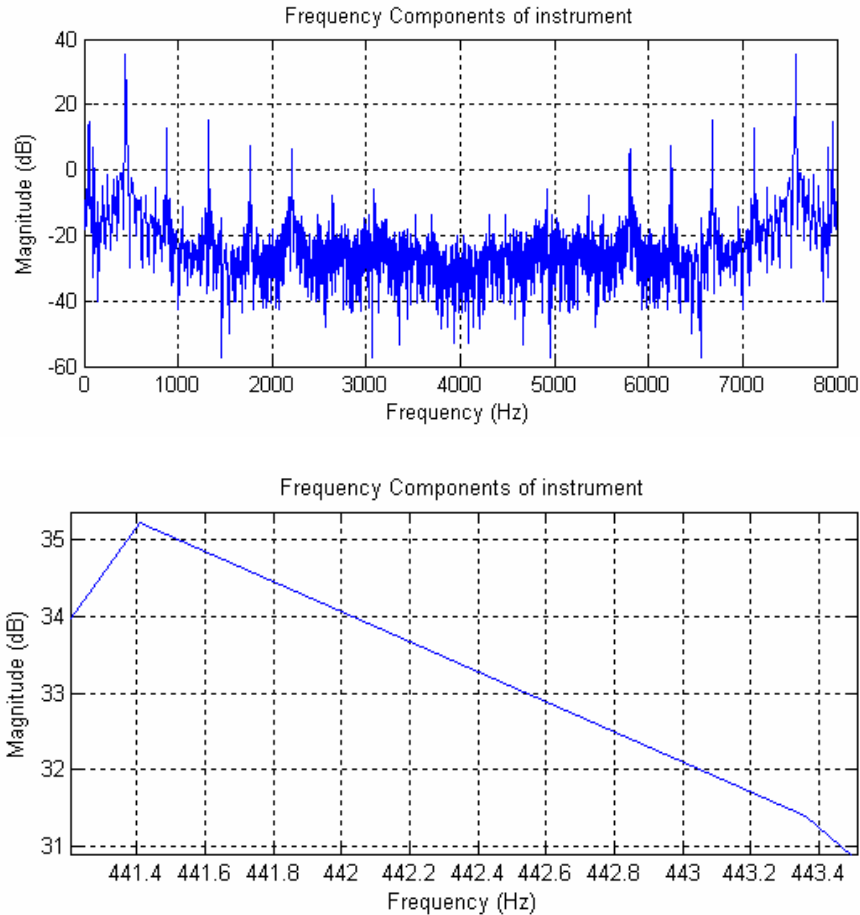
$F_s = 8000$ Hz

$$N = 2^{12}$$

$$\Delta t = 1/8000 = 1.25 \times 10^{-4} \text{ sec.}$$

$$\Delta f = \frac{1}{T} = \frac{1}{N * \Delta t} = \frac{1}{2^{12} * 1.25 \times 10^{-4}} = 1.95 \text{ Hz}$$

De frequentie resolutie kan ook in de grafieken afgelezen worden. Het is bijna onmogelijk als er een heel fijne resolutie wordt gebruikt. Maar als de resolutie groter is, is het gemakkelijker om af te lezen, het is het verschil tussen de twee dichtstbijzijnde punten. Hieronder in de figuur 6.1 is een duidelijk voorbeeld van een lage resolutie. De afstand tussen de punten bedraagt $\approx 1,95$ Hz, wat erg veel is. Dat betekent dat alle informatie tussen die twee punten niet beschikbaar is, dus er zijn te weinig punten gebruikt in FFT of er is te weinig data om die punten te beschrijven.



Figuur 6.1 – Power spectrum van een dwarsfluit

Er is ook nog een ander aspect wat wel van belang kan zijn in dit soort metingen, maar wat in dit project niet echt aan de orde komt. De sterkte waarmee een frequentie naar voren komt is ook van belang, hier is er vanuit gegaan dat de grondfrequentie goed zichtbaar is als we die plotten. De grondfrequentie is dus veel sterker dan de ruis van de achtergrond(hoge piek).

Instrument

Hier wordt beschreven hoe het instrument bijdraagt aan de nauwkeurigheid. De waarde van een meting is afhankelijk van een of meer variabelen(n).

$$F = f(x, y, z, \dots, n) \quad (6.5)$$

Hier wordt gebruik gemaakt van het begrip foutenvoortplanting. Bij het uitvoeren van een analyse, waarbij meerdere soorten data zijn betrokken, worden de fouten van elk van die databronnen met elkaar gecombineerd. Deze fouten kunnen elkaar op allerlei manieren beïnvloeden. In sommige gevallen kunnen twee fouten elkaar opheffen, maar meestal versterken fouten elkaar. Dit wordt foutenvoortplanting genoemd. Om een uitspraak te kunnen doen betreffende de

kwaliteit van het eindresultaat moet worden gekeken naar de manier waarop de fouten op elkaar inspelen. Daarbij is foutenanalyse een belangrijk instrument. Als een gebruiker een bepaalde kwaliteit van de resultaten eist, kan met een analyse van de doorwerking van de fouten beoordeeld worden of die kwaliteit wel is gehaald. Bij een foutenanalyse dient, naast een inventarisatie van alle soorten fouten, ook de interactie tussen fouten (de voortplanting van fouten) te worden bepaald.

De fout die door elke variabele wordt toegevoegd aan het eindproduct kan worden beschreven als:

$$dF = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y,z,\dots,n} dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x,z,\dots,n} dy + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{x,y,\dots,n} dz + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial n}\right)_{x,y,z,\dots} dn \quad (6.6)$$

Deze fouten kunnen het eindresultaat positief of negatief beïnvloeden. Het is dus mogelijk dat de fouten elkaar opheffen. Er wordt vanuit gegaan dat de afwijkingen(dx) niet zo klein zijn, dus worden deze zo beter beschreven als:

$$\Delta F = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y,z,\dots,n} \Delta x + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x,z,\dots,n} \Delta y + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{x,y,\dots,n} \Delta z + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial n}\right)_{x,y,z,\dots} \Delta n \quad (6.7)$$

Partiële termen kunnen positief of negatief zijn, om nu de bovengrens situatie te kunnen schetsen(worst case scenario) worden alle termen positief genomen, zo is de bovenste grens van de onnauwkeurigheid uitgerekend.

$$\Delta F = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{y,z,\dots,n} \Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{x,z,\dots,n} \Delta y + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|_{x,y,\dots,n} \Delta z + \dots + \left|\frac{\partial f}{\partial n}\right|_{x,y,z,\dots} \Delta n \quad (6.8)$$

Als bovenstaande wordt omgeschreven en gekwadrateerd, om te zorgen dat de fout positief wordt opgeteld, dan kan dit zo herschreven worden:

$$\Delta F = g(x, y, \dots, n, \Delta x, \Delta y, \dots, \Delta n) = \left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \quad (6.9)$$

Uiteindelijk hebben we dan:

$$F \pm \Delta F$$

Als voorbeeld worden de berekeningen voor een xylofoon toegepast. Frequentie is te bepalen als volgt:

$$F = \frac{(kl)^2}{2 * \pi * L^2} \sqrt{\frac{E * I}{A * \rho}} \quad (6.10)$$

Met:

F – frequentie

(kL) – nul punten (zie tabel 5.1), voor grondfrequentie is dat 4,73

L- lengte van staaf

E - Young modulus

De bijdrage van de vorm(cilindrisch) is:

$$\frac{I}{A} = \frac{(r_o^2 + r_i^2)}{4} \quad (6.11)$$

Met:

I – kwadratisch oppervlakte moment

A – oppervlakte

ρ - dichtheid

$$\sqrt{\frac{E}{\rho}} = v_L, \text{ dit is afhankelijk van soort materiaal} \quad (6.12)$$

Dus kan de frequentie bepaald worden als volgt:

$$F = \frac{(4.73004)^2}{2 * \pi * L^2} * \sqrt{\frac{E}{\rho}} * \sqrt{\frac{(r_o^2 + r_i^2)}{4}}$$

Als nu de theorie van de foutenvoortplanting wordt toegepast, geldt:

$$F = F(L, r_o, r_i, v_L)$$

$$\frac{\partial F}{\partial L} = -\frac{2}{L} * F$$

$$\frac{\partial F}{\partial r_o} = \frac{r_o}{(r_o^2 + r_i^2)} * F$$

$$\frac{\partial F}{\partial r_i} = \frac{r_i}{(r_o^2 + r_i^2)} * F$$

$$\frac{\partial F}{\partial v_L} = \frac{1}{v_L} * F$$

$$dF = \frac{r_o}{(r_o^2 + r_i^2)} * F * dr_o + \frac{r_i}{(r_o^2 + r_i^2)} * F * dr_i + \left(-\frac{2}{L} * F\right) * dL + \frac{1}{v_L} * F * dv_L$$

$$\Delta F = \frac{r_o}{(r_o^2 + r_i^2)} * F * \Delta r_o + \frac{r_i}{(r_o^2 + r_i^2)} * F * \Delta r_i + \left(-\frac{2}{L} * F\right) * \Delta L + \frac{1}{v_L} * F * \Delta v_L$$

$$\Delta F = \left| \frac{r_o}{(r_o^2 + r_i^2)} \right| * \Delta r_o + \left| \frac{r_i}{(r_o^2 + r_i^2)} \right| * \Delta r_i + \left| \left(-\frac{2}{L}\right) \right| * \Delta L + \left| \frac{1}{v_L} \right| * \Delta v_L$$

$$\Delta F = F * \sqrt{\left(\frac{r_o}{(r_o^2 + r_i^2)}\right)^2 * (\Delta r_o)^2 + \left(\frac{r_i}{(r_o^2 + r_i^2)}\right)^2 * (\Delta r_i)^2 + \left(\frac{2}{L}\right)^2 * (\Delta L)^2 + \left(\frac{1}{v_L}\right)^2 * (\Delta v_L)^2} \quad (6.13)$$

Voorbeeld 6.1:

$$r_o = 7.5 \text{ mm}$$

$$r_i = 6.5 \text{ mm}$$

$$L = 0.204 \text{ m}$$

$$E = 120 \text{ GN/ m}^2$$

$$\rho = 8930 \text{ Kg/ m}^3$$

$$\Delta L = 0.05 \text{ mm}$$

$$\Delta r_o = 0.05 \text{ mm}$$

$$\Delta r_i = 0.05 \text{ mm}$$

$$\Delta v_L = 20 \text{ m/s}$$

$$v_L = \sqrt{\frac{120 \times 10^9}{8930}} \approx 3665,8 \text{ m/s}$$

$$\frac{I}{A} = \frac{((7.5 \times 10^{-3})^2 + (6.5 \times 10^{-3})^2)}{4} \approx 2.46 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

ΔF is afhankelijk van de lengte, dus voor elke frequentie is deze waarde anders. Zie in tabel 6.2 de waarde voor elke frequentie.

Frequentie[Hz]	Lengte pijp[m]	ΔF [Hz] volgens 6.13	Worst case[Hz] volgens 6.8
880	0.270	7.4533	14.6354
987.88	0.257	8.3123	16.3407
1046.50	0.249	8.9180	17.5407
1174.70	0.235	10.1524	19.9788
1318.50	0.222	11.5471	22.7209
1396.90	0.216	12.2909	24.117
1568.00	0.204	14.0143	27.5378
1760.00	0.193	15.9373	31.2613

Tabel 6.2 – Frequentie onzekerheid en worst case scenario voor de xylofoon prototype

Let op dat de onzekerheid toeneemt naarmate de afmetingen afnemen. Dat komt omdat de lengte in de noemer voorkomt en ook nog kwadratisch is. De snelheid die hier gebruikt worden, komt overeen met snelheden op bladzijde 13.

7. Conclusie

De dynamica is afhankelijk van het instrument en ook van hoe het geluid wordt geproduceerd. Elk instrument heeft zijn eigen eigenschappen en zo ook een eigen dynamica.

Het geluid is gemeten met een microfoon, zo was het mogelijk om de data meteen op te slaan en te analyseren met Matlab. Dit programma beschikt over commando's die het mogelijk maakten om de data te bewerken en figuren te genereren.

Met de kennis van signaalanalyse was het mogelijk om de figuren te begrijpen en daarover conclusies te trekken. Ook was de dynamica van het systeem te zien in de figuren.

Met een paar gereedschappen van metrologie en kennis van signaalanalyse was het mogelijk om de nauwkeurigheid van meetdata en instrumenten te bepalen. Ook is gebleken dat de nauwkeurigheid van het instrument is bepaald door zijn dynamica. Hoe meer variabelen er nodig zijn om de dynamica te beschrijven, hoe meer fouten er gemaakt kunnen worden.

Hieronder volgen een aantal resultaten welke geboekt zijn in dit project. Met de dwarsfluit zijn berekeningen gedaan voor de basis van een fluit. Door allerlei correcties bleek het te ingewikkeld te zijn en niet een duidelijk inzicht te geven in de studie van de resonantie, niet eenduidig. Dus is er een prototype gemaakt en enkele metingen gedaan, maar geen verdere diepe studie.

Wat betreft de snaarinstrumenten zijn alleen de begrippen behandeld. Dus er is in de praktijk niets gedaan om de theorie hierover te bevestigen.

De slaginstrumenten zijn helemaal behandeld, in de vorm van een xylofoon. De wiskundige kant is aangenomen als waarheid, er is verder geen onderzoek gedaan om dat helemaal uit te werken. In bijlage 4.2 en in andere hoofdstukken zijn een aantal resultaten te vinden, welke zijn behaald met een prototype. Het is van belang met het ontwerpen dat er nauwkeurig met de lengte wordt omgegaan zoals aangeduid in hoofdstuk 5.

Een paar aanbevelingen voor het vervolg van dit project. Er is geconstateerd dat er in een paar koperen buisjes niet een eenduidige toon aanwezig was (bijlage 4.3), er is in dit project geen onderzoek naar gedaan om te kijken wat de oorzaak hiervan was. Er is ook niet gekeken naar wat de invloed was van de afwerking van de koperen buisjes; wat het effect zou zijn als de randen schuin afgezaagd zouden worden.

De hele studie van geluid vraagt kennis over analyse van het geluid en ook de kennis van het instrument. Hoe het geluid wordt gegenereerd. Dit alles is nodig om te begrijpen wat er gebeurt en hoe het gebeurt.

8. Literatuurlijst

- [1] Hall, Donald E. (2002). *Musical Acoustics*, third edition. Sacramento: California State University.
- [2] Benade, Arthur H. (1976). *Fundamentals of musical Acoustics*. New York: Oxford University press.
- [3] Fletcher, N.H., Rossing, T.D. (1998), *The physics of Musical Instruments*, second edition. New York: Springer.
- [4] <http://amath.colorado.edu/pub/matlab/music/>, januari 2007, Petersen, Mark R., Resources to Accompany Musical and Synthesis in Matlab.
- [5] <http://www.dspguide.com/pdfbook.htm>, januari 2007, Smith, Steven W., *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*.
- [6] <http://home.wanadoo.nl/fritsleffef/dwarsfluit.html#dwarsfluit>, januari 2007, Welkom op de Homepage van FIEP de dwarsfluit.
- [7] <http://www.phys.unsw.edu.au/jw/fluteacoustics.html>, januari 2007, Wolfe, J., *Flute acoustics: an introduction*, The University New South Wales.
- [8] <http://www.mcgee-flutes.com/>, januari 2007, Macgee, T., *Flutes for Irish, Classical and Early Music*.
- [9] http://www.chrysalis-foundation.org/flute_tone_holes.htm, januari 2007, Forster, Cristiano M.L., *Musical Mathematics*.
- [10] <http://ccrma.stanford.edu/marl/Benade/documents/Benade-Physics323-1977.pdf>, januari 2007, Benade, A.H., *Acoustical Evolution of wind instruments*. Case Western University.
- [11] <http://www.plumbingstore.com/cpvcflute.html>, januari 2007, Shepard, M., *The Plumbers pipe*.
- [12] <http://www.phy.mtu.edu/~suits/fingers.html>, januari 2007, Suits, B.H., *Physisc of Music – Notes*, MTU physics department.
- [13] <http://www.wikimedia.org/nl-portal/>, januari 2007, Wikipedia Nederland.
- [14] <http://www.speech.kth.se/music/acviquit4/part4.pdf>, januari 2007, Jansson, E., *Acoustics for violin and guitar makers*, Kungl Tekniska Hogskolan.
- [15] <http://www.physics.mcgill.ca/~quymooore/ph224/lecnotes.pdf>, januari 2007, Moor, G.D., *Physic of Music lectures*.

- [16] <http://www.chem.hope.edu/~polik/Chem345-2000/errorpropagation.htm>,
januari 2007, Error propagation.
- [17] http://sosnick.uchicago.edu/propagation_errors.pdf, januari 2007,
Propagation of errors – Basic rules.
- [18] http://www.npl.co.uk/electromagnetic/clubs/dclclub/meetings/10_11_04_meeting/trevor_esward.pdf, januari 2007, Esward, T.J., Signal processing: developing good practice in metrology applications. National Physics Laboratory.
- [19] <http://physics.bd.psu.edu/faculty/baxter/papers/windchimes98.pdf>, januari 2007, Baxter, G.v., Hagenbunch, K.M., A student
- [20] http://www.efunda.com/forum/show_message.cfm?start=1&thread=18509&id=18516, januari 2007, Question Forum

9. Bijlage

Bijlage 1 – Symbolenlijst

Symbol	Grootheid	Eenheid	Afkorting eenheid
v	Snelheid	Meters per seconde	m/s
λ	Golflengte	Meter	m
F, f	Frequentie	Hertz	Hz
L	Lengte	Meter	m
n	Frequentie($n=1$, grondfrequentie)	-	-
L_s	Geometrische lengte	Meter	m
ΔL_e	Correctie mondstuk	Meter	m
ΔL_t	Correctie eindstuk	Meter	m
L_t	Lengte van midden mondstuk tot eind van cilinder	Meter	m
L_l	Lengte van midden mondstuk tot eerste opening	Meter	m
ΔL_h	Correctie opening	Meter	m
d_1	Diameter cilinder	Meter	m
d_h	Diameter opening	Meter	m
g	Interval	-	-
z	Dimensieloos getal	-	-
K	Kracht snaar	Newton	N
μ	Gewicht per eenheid	Kilogram per meter	Kg/m
A	Oppervlakte	Vierkante meter	m^2
E	Young's modulus	Newton per vierkante meter	N/m^2
ρ	Dichtheid	Kilogram per kubieke meter	Kg/m^3
I	Kwadratisch oppervlakte moment	Meter tot de vierde	m^4
K_l	Nulpunten	-	-
v_L	Snelheid in materiaal	Meter per seconde	m/s
r_o	Externe straal	Meter	m
r_i	Interne straal	Meter	m
T	Meet tijd	Seconde	s
Δt	Interval of sample	Seconde	s
F_s	Bemonsterde frequentie	Hertz	Hz
N	Aantal punten	-	-
ΔF	Frequentie resolutie	Hertz	Hz

Bijlage 2 – Stappenplan voor ontwerp van een dwarsfluit

1-Lengte

$$L_s = \frac{v}{2 * F} \quad (\text{B2.1})$$

2-Correctie eindstuk

$$\Delta L_t = 0.3 * d_1 \quad (\text{B2.2})$$

3-Lt

$$L_t = L_s - \Delta L_e - \Delta L_t \quad (\text{B2.3})$$

4-Ll

$$L_l = L_s - \Delta L_e - \Delta L_h \quad (\text{B2.4})$$

5-Dimensieloos parameter

$$z = \frac{1}{2} * g * \sqrt{1 + \left(4 * \frac{L_b}{g * L_s}\right)} - \left(\frac{1}{2} * g\right) \quad (\text{B2.5})$$

$$g = (\text{int } erval_ratio - 1)$$

6-Effectieve lengte opening*

$$L_b = (L_h + dh) * \left(\frac{d_1}{dh}\right) - (0.45 * d_1) \quad (\text{B2.6})$$

7-Correctie opening

$$\Delta L_h = z * L_s \quad (\text{B2.7})$$

Nog een paar aanmerkingen op de formules. De variabele g is gelijk aan $0.05946 (= (\sqrt[12]{2} - 1))$ voor een 12 tonen verdeling. Dus g is afhankelijk van de tonen die er gewenst zijn op een fluit. De effectieve lengte opening (L_b) is afhankelijk of er kleppen zijn of niet, die de opening sluiten, vergelijking 3.10 is voor een fluit met kleppen; voor meer details en opties zie literatuur [2], [3] en [9]. Voor variabele ΔL_e zijn er geen formules of harde getallen, maar alleen waarden die empirisch zijn bepaald, de waarde voor $\Delta L_e \approx 50\text{mm}$, volgens literatuur [9]. Zo is het mogelijk om de basis van een fluit te ontwerpen

Bijlage 3 – Matlab files welke gebruikt zijn voor de berekeningen

3.1 -M-file voor opnames en generatie van figuren.

```
% hier kan je een geluid opnemen en meteen de spectrum van zien
close all, clear all, clc
%pause

Fs = 44100; %HZ %sample frequency;Standard sampling
%rates for PC-based audio hardware are 8000, 11025, 2250, and 44100
%samples per second
to = 6*Fs; %geluid bemonstering(aantal punten) (audio samples)
y = wavrecord(to,Fs,'single'); %y=wavrecord(n,Fs,'dtype') n-samples of
%audio signaal, Fs samples per second, dtype uses the data type specified
%by the string
%[y, Fs] = wavread('test2.wav');

t = (1:length(y))/Fs; % time, dus hij maakt een rij getallen
met
%lengte van samples, en delen door Fs, om de echt tijd te hebben waar de
%data is opgenomen

ind = find(t>0.1 & t<0.3); % set time duration for waveform plot
figure; subplot(3,2,1)
plot(t(ind),y(ind))
axis tight %axis tight sets the axis limits to the
%range of the data

title(['Waveform of test1'])

N = to; % number of points to analyze, voor hogere
% nauwkeurigheid deze getaal verhogen
c = fft(y(1:N),N); % compute fft of sound data
p = 2*abs( c(1:N)); % compute power at each frequency

f = (1:N)*Fs/N; % frequency corresponding to p

subplot(3,2,2)
%plot(f,p)
semilogy(f,p)
grid on
axis([0 2000 10^-1 10^6])
title(['Power Spectrum of test 1'])

% speelt de liedje die opgenomen is
%pause
%wavplay(y,Fs);

%opslaan van de liedje met de gegevens naar alle bewerking
%pause
%wavwrite(y,Fs,'test2')% hier maakt die van de y (muziek data) en Fs weer
%de liedje

%pause
xfft = abs(c);
mag = 20*log10(xfft);
%mag = mag(1:floor(blocksize/2));
%f = (0:length(mag)-1)*Fs/blocksize;
%f = f(:);
subplot(3,2,3)
```

```

plot(f,mag)
axis([0 2000 -40 100])
grid on
ylabel('Magnitude (dB)')
xlabel('Frequency (Hz)')
title('Frequency Components of instrument')
[ymax,maxindex]= max(mag); %plot the maax magnitude of a sample
ymax
frequentie=f(maxindex)

```

3.2– M file voor foutenvoortplanting

```

%Berekening van de fouten voortplanting
close all; clc; clear all
%parameters
L = input('Lente pijp[m]: ');

Ro = 7.5e-3; %input('Externe straal[m]: ');
Ri = 6.5e-3; %input('Interne straal[m]: ');
E = 120e9;
rho = 8600;
% volgens literatuur liggen waardes tussen 8920-8960 kg/m^3 voor koper,
dus
%ik verwacht ook zo'n fout in de materiaal van de leiding, de verschil
%geeft een verschil in vl van 8 m/s
%snelheid van de golf in de materiaal
vl=sqrt(E/rho);

%uncertainty
deltaL = 0.5e-3;
deltaRo = 0.05e-3;
deltaRi = 0.05e-3;
deltavl = 20;

% Nominale waarde van F
F=((4.73^2)/(2*pi*L^2))*vl*sqrt((Ro^2+Ri^2)/4)

%partiele afgeleide
F_L=(-2/L)*F;
F_Ro=(Ro/(Ro^2+Ri^2))*F;
F_Ri=(Ri/(Ro^2+Ri^2))*F;
F_vl=(1/vl)*F;

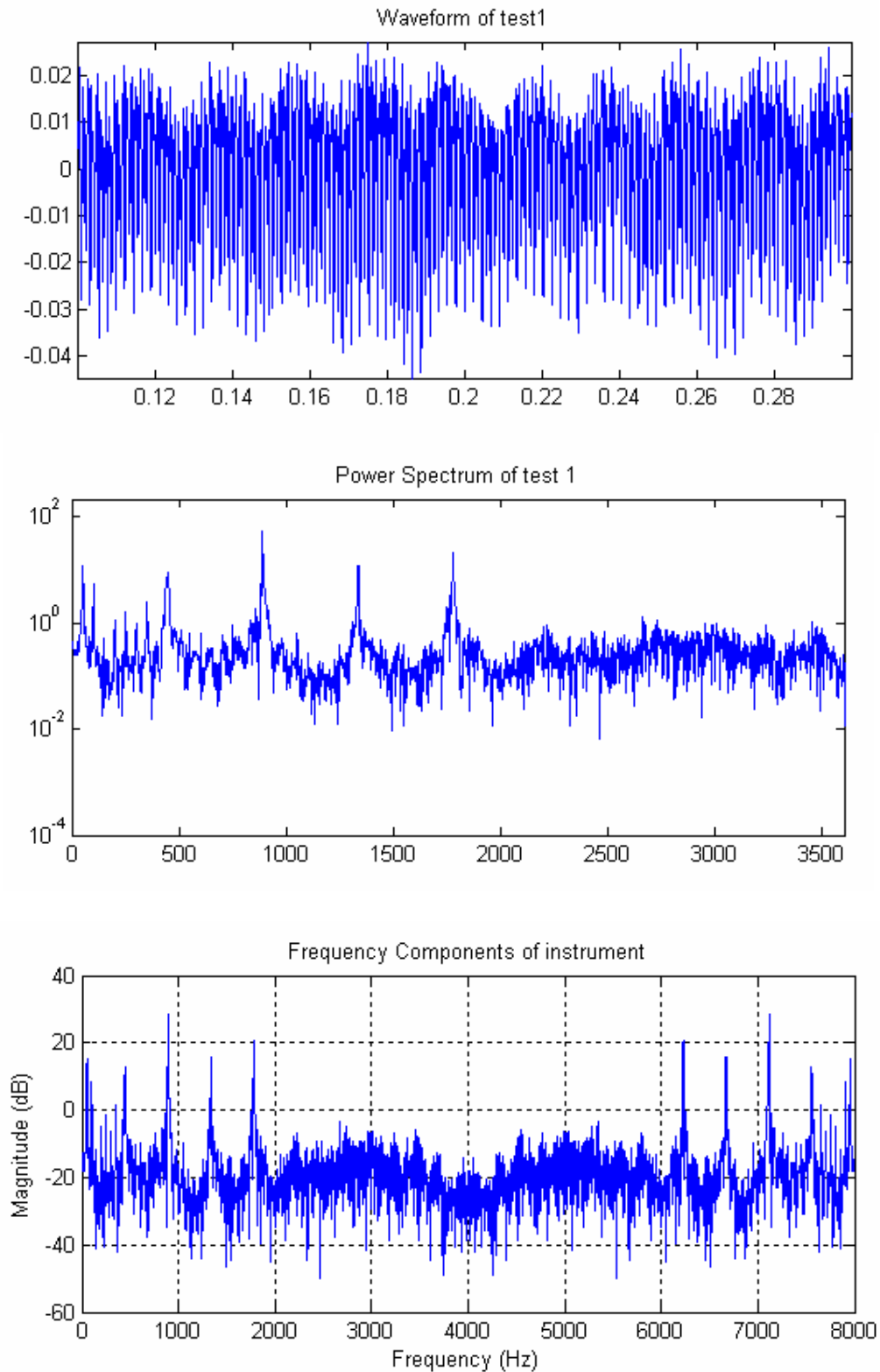
%error propagation
deltaF = sqrt((F_L*deltaL)^2+(F_Ro*deltaRo)^2+(F_Ri*deltaRi)^2
+(F_vl*deltavl)^2)

%woerst case senario
Worst_case_deltaF=abs(F_L)*deltaL+abs(F_Ro)*deltaRo+abs(F_Ri)*deltaRi
+abs(F_vl)*deltavl

```

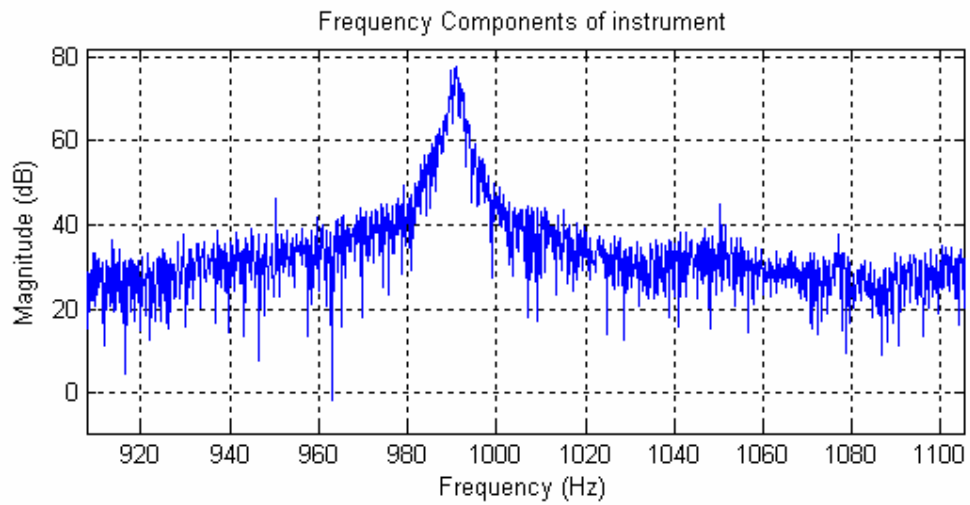
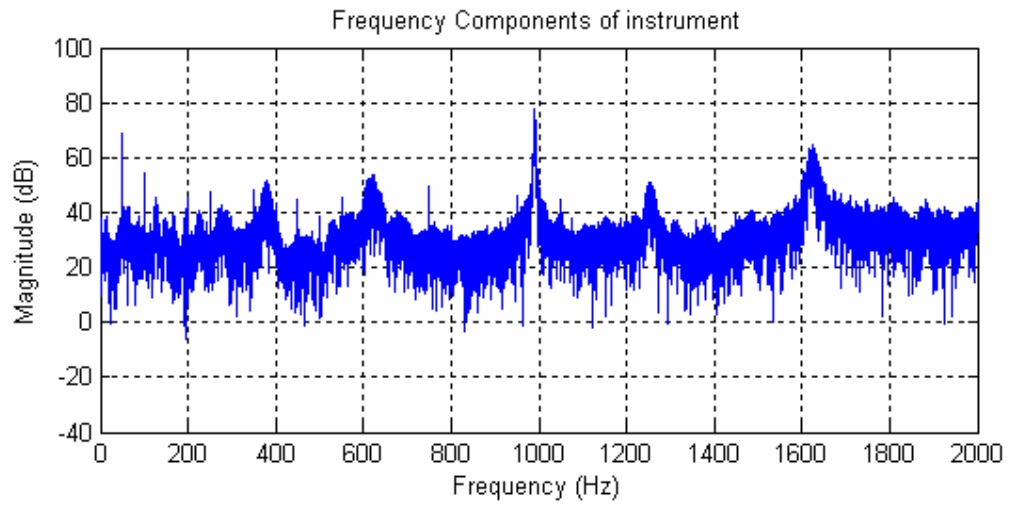
Bijlage 4 – Metingen aan fluit en xylofoon

3.3– Figuur van een meting met een fluit(1- signaal, 2 – FFT, 3-Power spectrum(FFT))

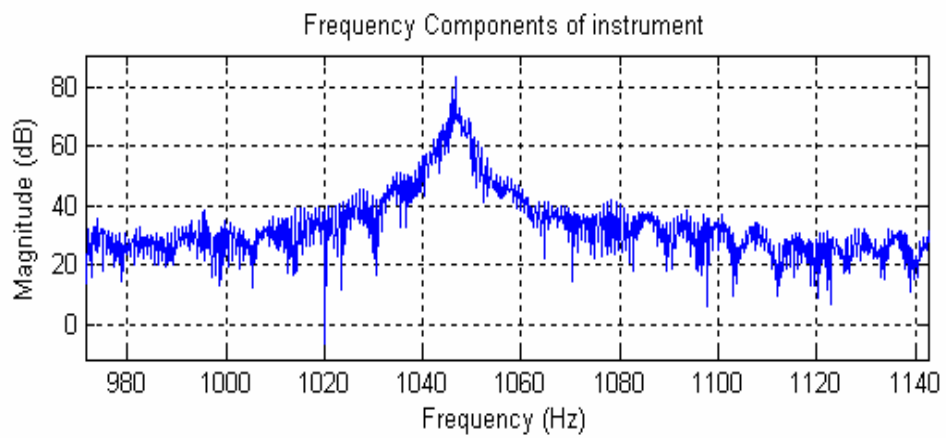
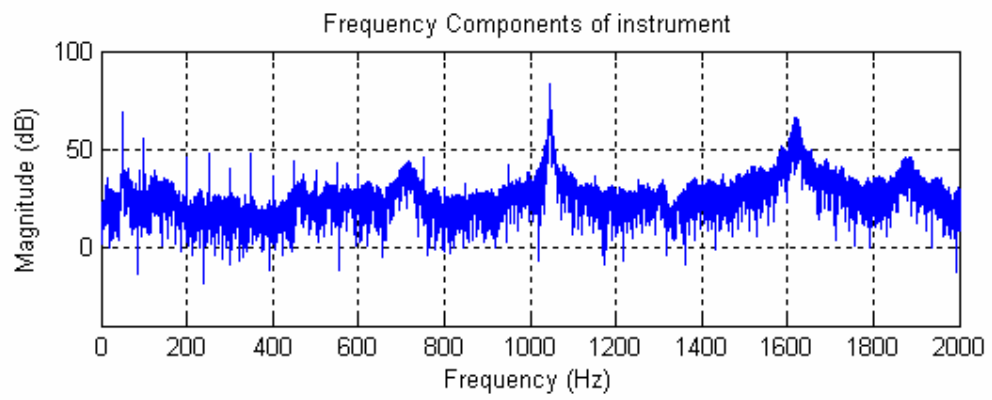


3.4– Metingen aan xylofoon(gemeten waardes zie tabel 5.3)

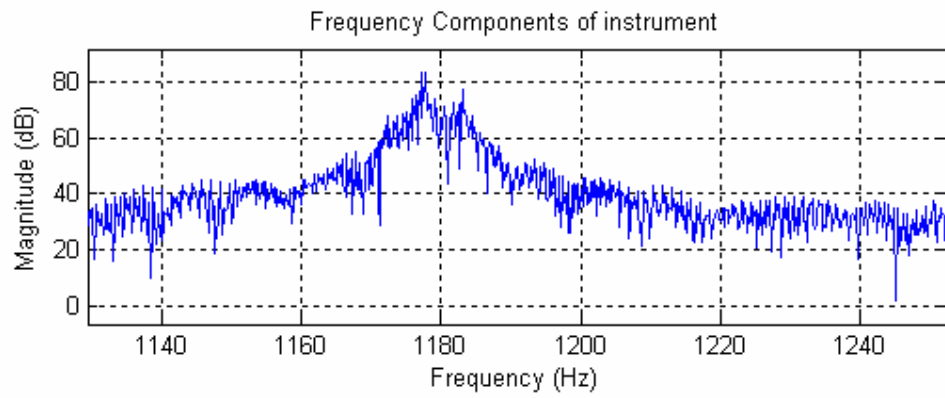
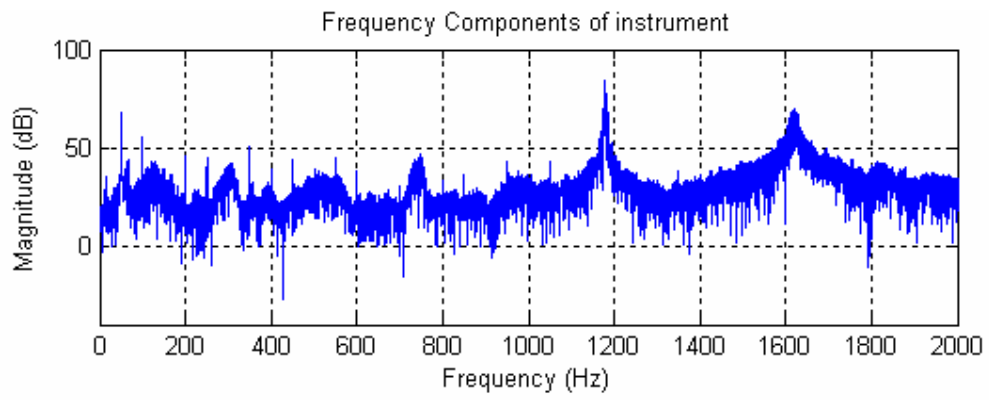
1 – 987,7 Hz



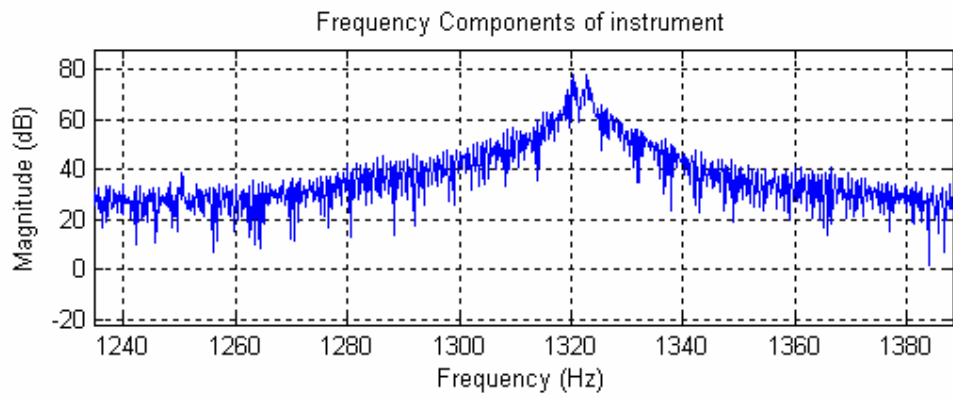
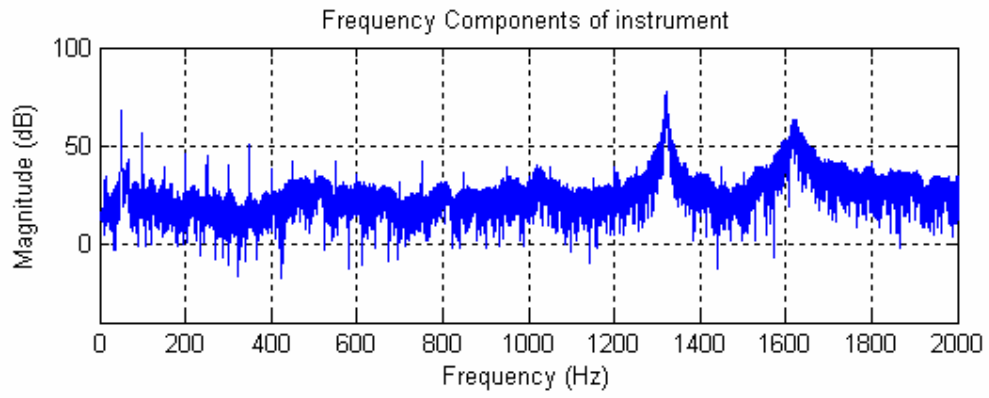
2-1046,5 Hz



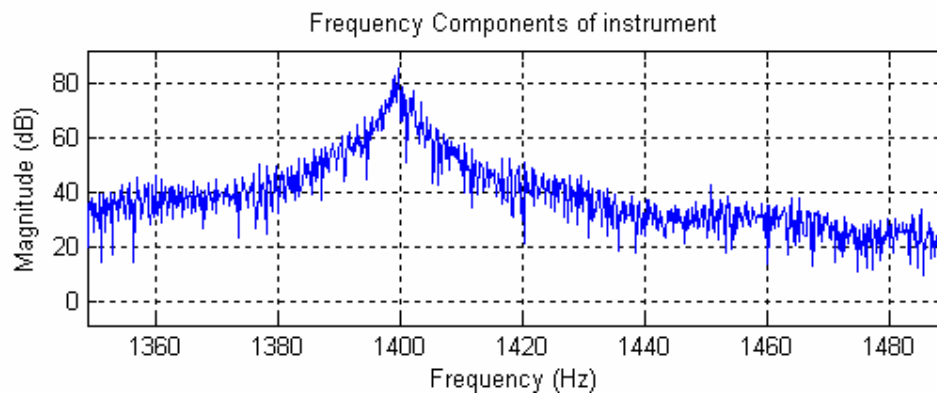
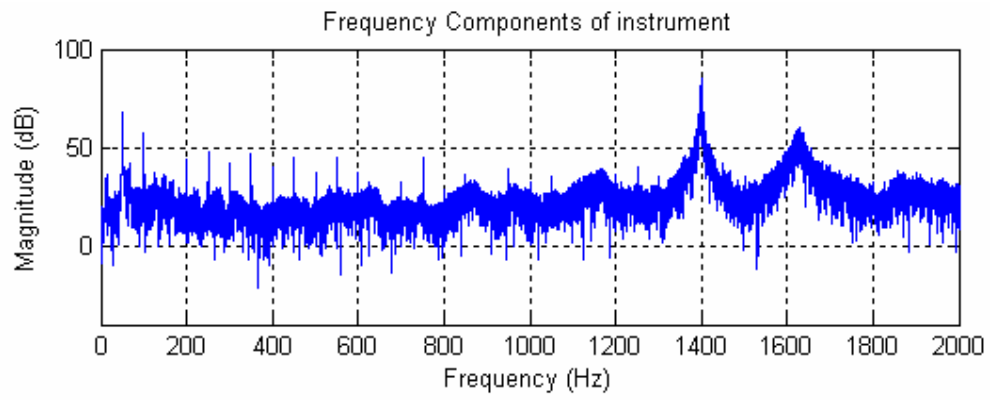
3 – 1174,7 Hz



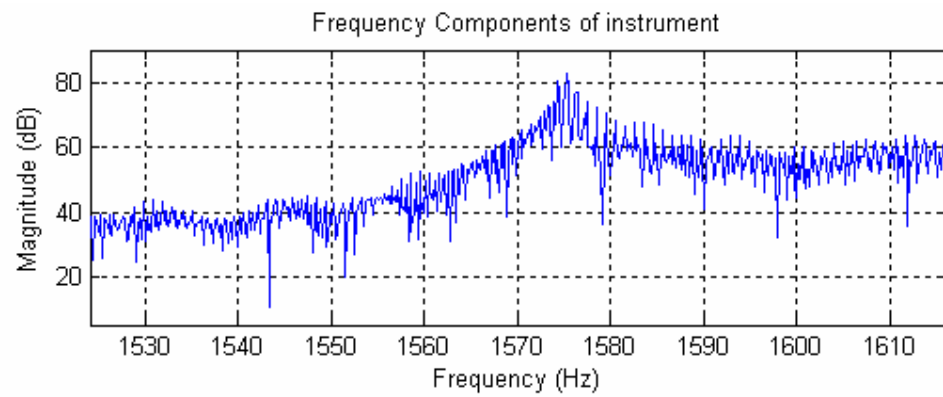
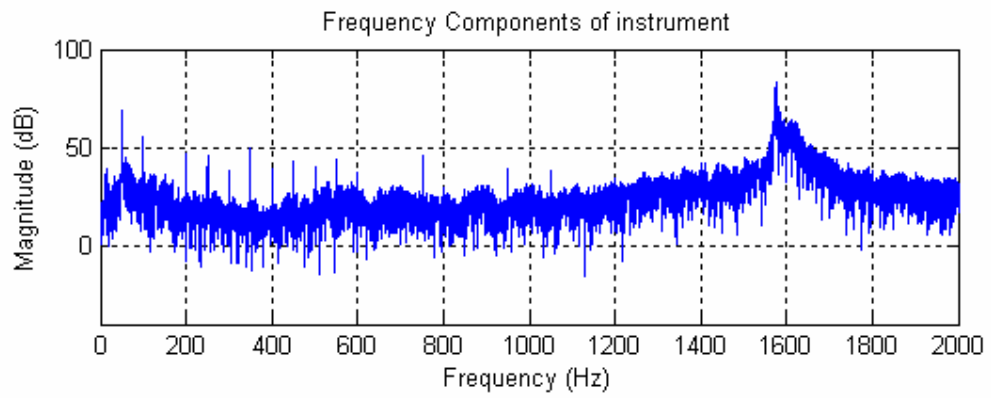
4 - 1318,5



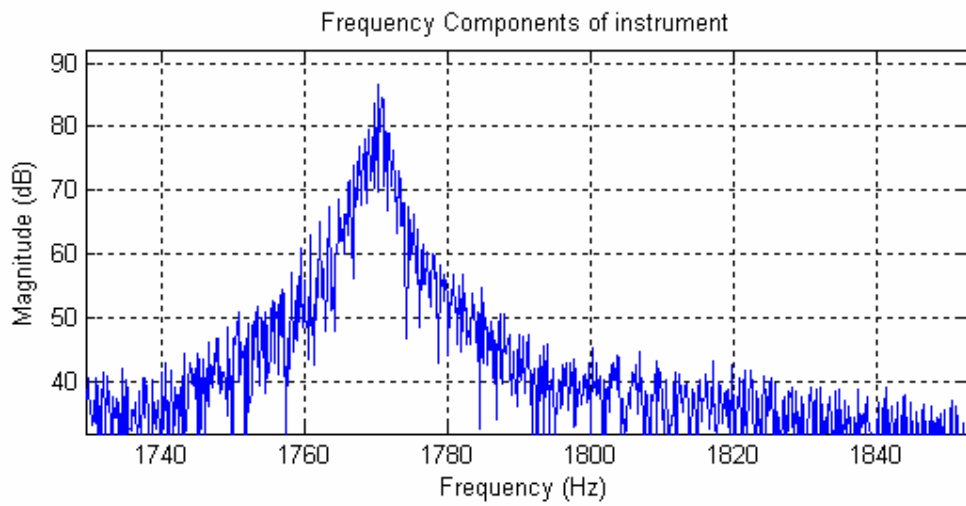
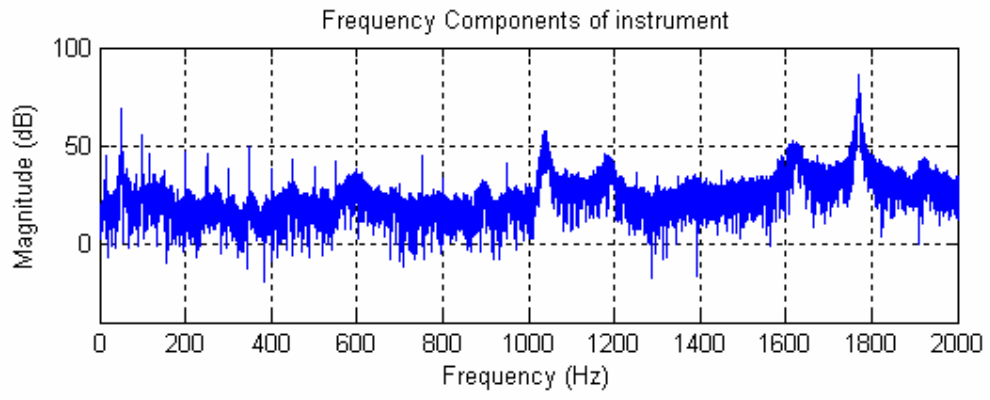
5 - 1396,9 Hz



6 - 1568 Hz



7- 1760 Hz



8– Niet eenduidig piek, bij xylofoon frequentie 1174,7 Hz en 1318 Hz

